

Chuyên đề 6: **HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LÔGARÍT**
PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH
CÓ CHỨA MŨ VÀ LOGARÍT

TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ HÀM SỐ MŨ

1. Các định nghĩa:

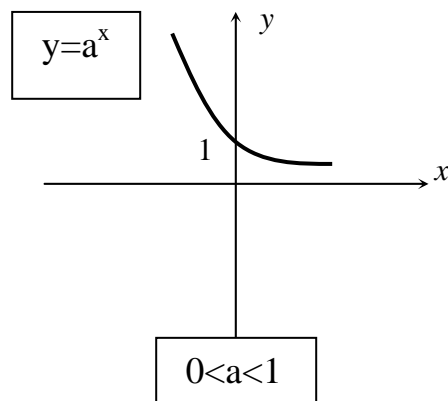
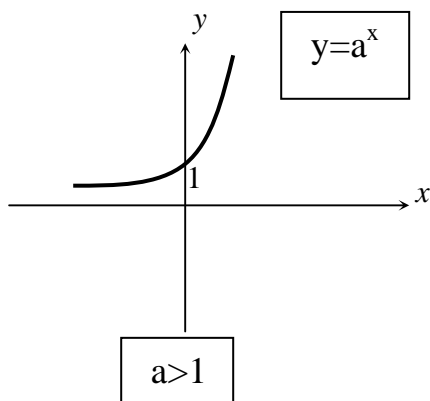
- $a^n = \underbrace{a.a...a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \in \mathbb{Z}^+, n \geq 1, a \in \mathbb{R})$
- $a^1 = a \quad \forall a$
- $a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (n \in \mathbb{Z}^+, n \geq 1, a \in \mathbb{R} / \{0\})$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0; m, n \in \mathbb{N})$
- $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

2. Các tính chất :

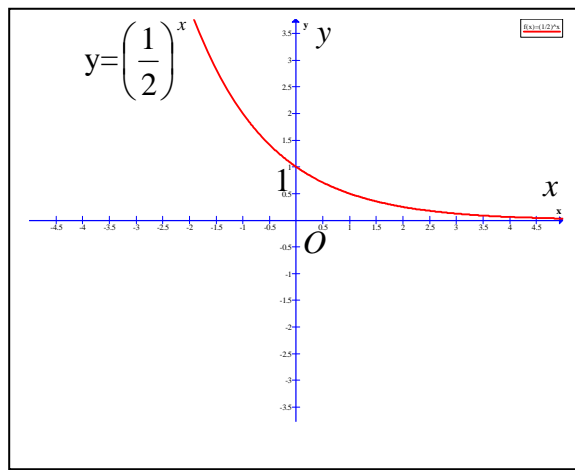
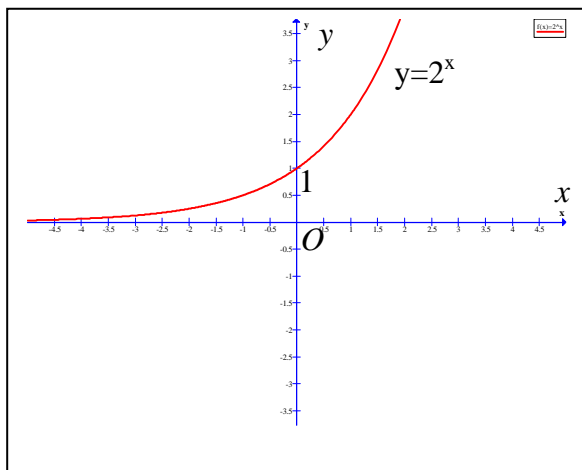
- $a^m . a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m.n}$
- $(a.b)^n = a^n . b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

3. Hàm số mũ: Dạng : $y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$

- Tập xác định : $D = \mathbb{R}$
- Tập giá trị : $T = \mathbb{R}^+ \quad (a^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R})$
- Tính đơn điệu:
 - * $a > 1$: $y = a^x$ đồng biến trên \mathbb{R}
 - * $0 < a < 1$: $y = a^x$ nghịch biến trên \mathbb{R}
- Đồ thị hàm số mũ :
-



Minh họa:



II. KIẾN THỨC CƠ BẢN VỀ HÀM SỐ LÔGARÍT

1. Định nghĩa:

Với $a > 0$, $a \neq 1$ và $N > 0$

$$\log_a N = M \quad \overset{\text{dn}}{\Leftrightarrow} \quad a^M = N$$

Điều kiện có nghĩa:

$$\log_a N \text{ có nghĩa khi } \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ N > 0 \end{cases}$$

2. Các tính chất :

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^M = M$
- $a^{\log_a N} = N$
- $\log_a (N_1 \cdot N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$
- $\log_a \left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \log_a N_1 - \log_a N_2$

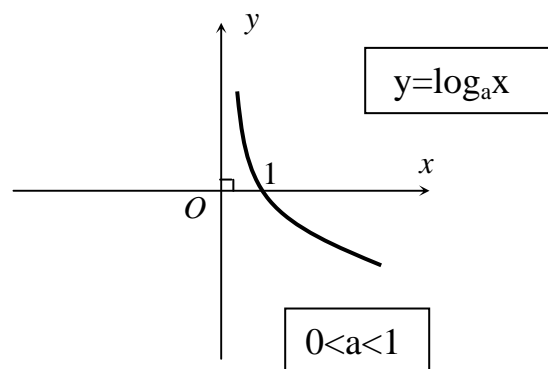
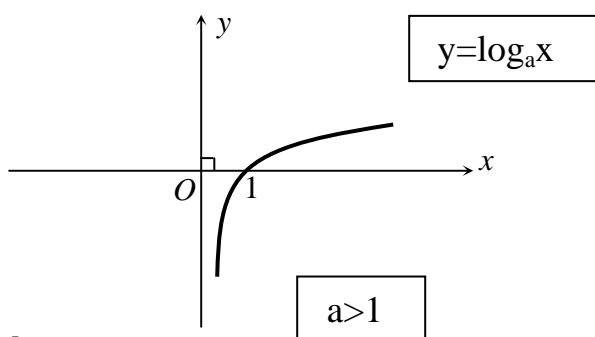
- $\log_a N^\alpha = \alpha \cdot \log_a N$ Đặc biệt: $\log_a N^2 = 2 \cdot \log_a N$

3. Công thức đổi cơ số:

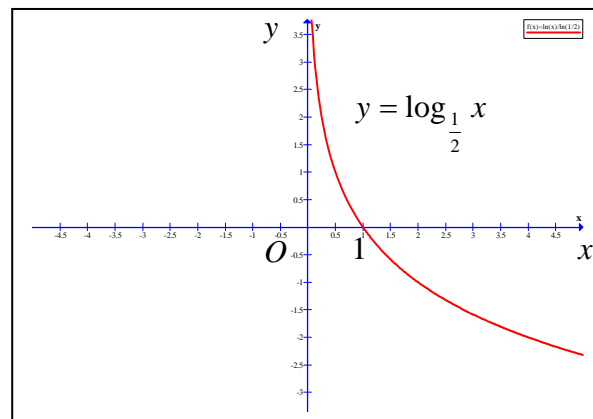
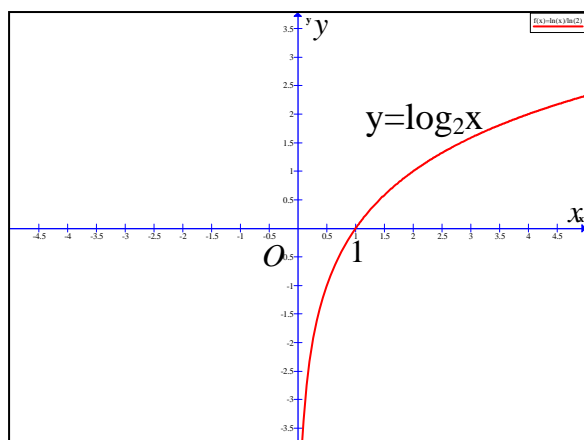
- $\log_a N = \log_a b \cdot \log_b N$
- $\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$
- * Hệ quả:
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ và $\log_{a^k} N = \frac{1}{k} \log_a N$

4. Hàm số logarit: Dạng $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}^+$
- Tập giá trị: $T = \mathbb{R}$
- Tính đơn điệu:
 - * $a > 1$: $y = \log_a x$ đồng biến trên \mathbb{R}^+
 - * $0 < a < 1$: $y = \log_a x$ nghịch biến trên \mathbb{R}^+
- Đồ thị của hàm số logarit:



Minh họa:



5. CÁC ĐỊNH LÝ CƠ BẢN:

- | | |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1. Định lý 1: Với $0 < a \neq 1$ thì : | $a^M = a^N \Leftrightarrow M = N$ |
| 2. Định lý 2: Với $0 < a < 1$ thì : | $a^M < a^N \Leftrightarrow M > N$ (nghịch biến) |
| 3. Định lý 3: Với $a > 1$ thì : | $a^M < a^N \Leftrightarrow M < N$ (đồng biến) |
| 4. Định lý 4: Với $0 < a \neq 1$ và $M > 0; N > 0$ thì : | $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$ |
| 5. Định lý 5: Với $0 < a < 1$ thì : | $\log_a M < \log_a N \Leftrightarrow M > N$ (nghịch biến) |
| 6. Định lý 6: Với $a > 1$ thì : | $\log_a M < \log_a N \Leftrightarrow M < N$ (đồng biến) |

III. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ THƯỜNG SỬ DỤNG:

1. Phương pháp 1: Biến đổi phương trình về dạng cơ bản : $a^M = a^N$ (đồng cơ số)

Ví dụ : Giải các phương trình sau :

1) $9^{x+1} = 27^{2x+1}$

2) $2^{x^2-3x+2} = 4$

2. Phương pháp 2: Đặt ẩn phụ chuyển về phương trình đại số

Ví dụ : Giải các phương trình sau :

1) $3^{2x+8} - 4.3^{x+5} + 27 = 0$ 2) $6.9^x - 13.6^x + 6.4^x = 0$ 3) $(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 4$
4) $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$ 5) $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$ 6) $2.2^{2x} - 9.14^x + 7.7^{2x} = 0$

Bài tập rèn luyện:

1) $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 4$	$(x \pm 1)$
2) $8^x + 18^x = 2.27^x$	$(x=0)$
3) $125^x + 50^x = 2^{3x+1}$	$(x=0)$
4) $25^x + 10^x = 2^{2x+1}$	$(x=0)$
5) $(\sqrt{3+\sqrt{8}})^x + (\sqrt{3-\sqrt{8}})^x = 6$	$(x = \pm 2)$
6) $27^x + 12^x = 2.8^x$	$(x=0)$

IV. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT THƯỜNG SỬ DỤNG:

1. Phương pháp 1: Biến đổi phương trình về dạng cơ bản : $\log_a M = \log_a N$ (đồng cơ số)

Ví dụ : Giải các phương trình sau :

1) $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 1)$

2) $\log_2 [x(x-1)] = 1$

3) $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$

2. Phương pháp 2: Đặt ẩn phụ chuyển về phương trình đại số.

Ví dụ : Giải các phương trình sau :

$$1) \frac{6}{\log_2 2x} + \frac{4}{\log_2 x^2} = 3$$

$$2) \log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$$

V. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ THƯỜNG SỬ DỤNG:

1. Phương pháp 1: Biến đổi phương trình về dạng cơ bản : $a^M < a^N$ ($\leq, >, \geq$)

Ví dụ : Giải các bất phương trình sau :

$$1) 2^{3-6x} > 1$$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^{-4x-11} > 2^{x^2+6x+8}$$

2. Phương pháp 2: Đặt ẩn phụ chuyển về bất phương trình đại số.

Ví dụ : Giải các bất phương trình sau :

$$1) 9^x < 2 \cdot 3^x + 3$$

$$2) 5^{2x+1} > 5^x + 4$$

VI. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT THƯỜNG SỬ DỤNG:

1. Phương pháp 1: Biến đổi phương trình về dạng cơ bản : $\log_a M < \log_a N$ ($\leq, >, \geq$)

Ví dụ : Giải các bất phương trình sau :

$$1) \log_2(x^2 + x - 2) > \log_2(x + 3)$$

$$2) \log_{0,5}(4x + 11) < \log_{0,5}(x^2 + 6x + 8)$$

$$3) \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + 2\log_3(2 - x) \geq 0$$

2. Phương pháp 2: Đặt ẩn phụ chuyển về bất phương trình đại số

Ví dụ : Giải bất phương trình sau :

$$\log_2^2 x + \log_2 x - 2 \leq 0$$

VII. HỆ PHƯƠNG TRÌNH:

Ví dụ : Giải các hệ phương trình

$$1) \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{2-y} = 1 \\ 3\log_9(9x^2) - \log_3 y^3 = 3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (\sqrt{3})^{x-y} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2y} \\ \log_2(x-y) + \log_2(x-y) = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} (\sqrt{x+1}-1)3^y = \frac{3\sqrt{4-x}}{x} \\ y + \log_3 x = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y \\ \frac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3^{-x} \cdot 2^y = 1152 \\ \log_{\sqrt{5}}(x+y) = 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \sqrt{y-x} = x+1 \\ x+2y = 10 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x - 4|y| + 3 = 0 \\ \sqrt{\log_4 x} - \sqrt{\log_2 y} = 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 5 \\ 2\log_4 x + \log_2 y = 4 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 64 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \end{cases}$$

-----Hết-----