

LÊ HẢI CHÂU

DANH NHÂN TOÁN HỌC
THẾ GIỚI
(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

LỜI NÓI ĐẦU

Cuộc đời và sự nghiệp của các nhà Toán học nổi tiếng trên thế giới thực sự là những tấm gương sáng về thái độ lao động cần cù, bền bỉ; không ngừng sáng tạo để khám phá những con đường mới đầy chông gai thử thách, xả thân cho khoa học cho đến giây phút cuối cùng của cuộc đời; với những đức tính cao đẹp về tình bạn chân thành, tinh thần nhân đạo cao cả...

Cuốn sách "DANH NHÂN TOÁN HỌC THẾ GIỚI" này nhằm giới thiệu những nét tiêu biểu về cuộc đời và sự nghiệp của các nhà toán học nổi tiếng mà công trình khoa học của họ đã đánh dấu những mốc phát triển của toán học từ thời trước công nguyên đến thời cận đại.

Với mục tiêu là thiết thực phục vụ bạn đọc có trình độ phổ thông về toán nên cuốn sách chủ yếu giới thiệu các nhà toán học có tên trong chương trình toán phổ thông và một số nhà toán học lỗi lạc như Lôbasepxki, Galoa... mà cuộc đời và sự nghiệp của họ có nhiều nét riêng độc đáo.

Để tiện việc tra cứu; tên các nhà toán học trong cuốn sách này được xếp theo vần chữ cái kèm theo một số ảnh của các nhà toán học.

*Nhà xuất bản Trẻ xin trân trọng giới thiệu cuốn sách **"DANH NHÂN TOÁN HỌC THẾ GIỚI"** của tác giả Lê Hải Châu. Mong rằng bạn đọc xa gần tìm thấy ở đây nhiều điều bổ ích cho cuộc sống qua những tấm gương sáng của các nhà toán học nổi tiếng trên thế giới.*

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

ABEL

(NIELS HENRIK ABEL)



Chúng ta đều biết phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm là $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ nếu $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Các phương trình đại số bậc ba, bậc bốn đều được tìm ra nghiệm tổng quát. Nhưng liệu có tồn tại một hệ thức cho phép tìm nghiệm của một phương trình đại số bậc 5 tổng quát hay không?

Chính Abel là người đầu tiên đã chứng minh rằng *phương trình đại số bậc năm tổng quát không thể có lời giải* (bằng căn thức).

Abel sinh ngày 5 - 8 - 1802 tại Na Uy, con trai thứ hai của một mục sư. Ông và bố của Abel là những người có học thức cao, còn Abel rất đẹp trai vì mẹ ông rất xinh đẹp. Tài năng của Abel phát triển khá nhanh. Năm 18 tuổi thì bố Abel mất, ông phải dạy học tư để lấy tiền giúp gia đình nghèo túng.

Trong những năm khó khăn nhất của đời mình, Abel đã may mắn gặp được một người thầy rất tốt là Homboe, người

đã tạo mọi điều kiện về vật chất và tinh thần để giúp cho thiên tài của Abel. Nhờ Hombøe mà một số công trình toán học của Abel được gửi tới một số nhà toán học có uy tín thời đó.

Ngoài việc chứng minh phương trình đại số bậc năm tổng quát không thể có lời giải bằng căn thức, Abel còn nêu lên 2 bài toán tổng quát có liên hệ chặt chẽ với nhau:

1) *Hãy tìm tất cả phương trình bậc tùy ý có thể giải được bằng các phép tính đại số.*

2) *Quyết định xem một phương trình cho trước có thể giải được bằng các phép tính đại số hay không?*

Nhà toán học người Pháp Galois khi đó mới 16 tuổi có dịp đọc công trình của Abel đã rất thán phục và nói rõ nhờ những gợi ý của Abel mà Galois đã xây dựng lý thuyết về phép giải tổng quát các phương trình.

Nhờ sự vận động của Hombøe và các bạn của Abel năm 28 tuổi ông mới được chính phủ Na Uy cấp học bổng cho sang nghiên cứu ở nước ngoài, chủ yếu là ở Pháp và Đức. Rất tiếc là Gauß khi nhận được công trình của Abel về phương trình đại số bậc năm đã không lên tiếng ủng hộ (giống như trường hợp Gauß không lên tiếng ủng hộ hình học phi Euclid của Lobachevski!).

Abel có gửi sang Viện Hàn lâm Khoa học Pháp một luận văn về *"tính chất tổng quát của một lớp rất rộng các hàm siêu việt"*. Nhưng Logiăngđơ và Côsi có trách nhiệm giới thiệu với Viện Hàn lâm Pháp thì Logiăngđơ chê là viết quá mờ

khó đọc còn Côsi thì bận việc riêng nên bản luận văn đã bị xếp xó! Mãi tới khi lãnh sự quán Na Uy vận động tìm lại bản thảo để Côsi giới thiệu với Viện Hàn lâm thì than ôi Abel đã mất được một năm rồi ! Đây là một công trình nghiên cứu vĩ đại về giải tích toán học mà nhà toán học Ecmit đã phát biểu đây là đề tài cho các thế hệ đến 500 năm sau.

Sống trong cảnh nghèo nàn và bệnh tật (lao phổi) khi ở Pari, đến 1827 thì hết hạn du học Abel trở về nước nhưng vẫn theo đuổi sự nghiệp khoa học lớn lao. Abel đã mất ngày 6 - 4 - 1829 khi chưa tròn 27 tuổi.

Một năm sau ngày Abel mất, Viện Hàn lâm Khoa học Pháp, mới tặng ông giải toán học lớn. Thật là mỉa mai và đáng tiếc! Chính nhà toán học Pháp Jacôbi đã phàn nàn: không hiểu tại sao Viện Hàn lâm Khoa học Pháp hai năm trước đây lại không chú ý tới phát minh vĩ đại về toán quan trọng nhất của thế kỷ này của Abel?

ACSIMET

(ARCHIMÈDE)



NHÀ BÁC HỌC TOÀN DIỆN

Học hình học ở lớp đầu phổ thông trung học, chúng ta đã biết tiên đề liên tục để đo đoạn thẳng, đó là *tiên đề Acsimet*.

Acsimet là nhà hình học, nhà cơ học, kĩ sư quân sự lỗi lạc của thế kỉ thứ 3 trước Công nguyên, sống ở đảo Xixin (nay thuộc nước Italia) tại thành phố Xiracudo.

Acsimet là con trai của nhà thiên văn Phidi, tác giả cuốn sách về đường kính Mặt trời và Mặt trăng. Thời đó các gia đình giàu sang thường chăm lo cho con cái có một nền học vấn toàn diện mà trọng tâm là triết học và văn chương, còn toán học thì được coi là môn phụ. Thường họ chỉ học toán vì toán cần cho triết học. Gia đình Acsimet trái lại chăm lo con một cách đặc biệt. Bố ông đã đưa ông đi sâu vào toán và thiên văn là những lĩnh vực mà sau này ông có những sáng tạo vĩ đại nhất.

CÂU CHUYỆN ORÉCA !

Nhiều câu chuyện lí thú về ông đã được truyền lại tới ngày nay.

“Cho tôi một điểm tựa, tôi sẽ nâng cả Quả đất lên”. Câu nói có vẻ truyền thuyết đó mà người ta kể lại là của Acsimet khi ông phát minh ra đòn bẩy.

Người ta cũng thường kể lại câu chuyện về việc Acsimet tìm ra định luật về vật nổi. Quốc vương Ghiêrôn yêu cầu Acsimet tìm cách kiểm tra lại một đồ vật bằng vàng mà nhà vua thuê đúc, xem có thật là nguyên chất hay không. Ông suy nghĩ hết ngày này qua ngày khác mà vẫn chưa tìm được cách kiểm tra.

Một lần đang tắm ở sông ông chú ý đến sức đẩy của nước lên người mình. Thế là quên cả mặc quần áo ông vùng chạy lên và kêu to “*Oréca!*” (tức là *tìm ra rồi*). Sức đẩy của nước lên người ông đã gợi cho ông cách giải bài toán, và từ đó ông đã tìm ra định luật mang tên ông.

ACSIMET, NHÀ THIÊN VĂN NỔI TIẾNG

Trong cuốn “*Tính toán hạt cát*” Acsimet đã mô tả một dụng cụ mà ông đã sáng tạo để đo đường kính của Mặt trời. Mục đích chính của cuốn sách này là chỉ ra phương pháp thuận tiện có thể biểu diễn các số lớn hơn số các hạt cát lấp đầy toàn bộ không gian vũ trụ.

Acsimet cho rằng Quả đất nằm ở trung tâm vũ trụ và ông đã tính khoảng cách từ Quả đất đến Mặt trăng, từ Mặt trăng đến sao Kim, đến sao Thủy, đến Mặt trời, đến sao Hỏa, đến

sao Mộc, đến sao Thổ và cuối cùng đến những ngôi sao khác.

Là nhà thiên văn nổi tiếng, Acsimet đã sáng tạo ra nhà vũ trụ với hình cầu rỗng quay do hệ thống máy móc bên trong, dùng để tạo lại chuyển động của Mặt trời, của Mặt trăng và của năm hành tinh.

ACSIMET, NHÀ HÌNH HỌC LỐI LẠC

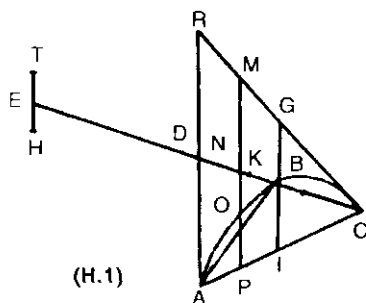
Acsimet đã có nhiều phát minh lớn về toán học. Ông đã để lại nhiều tác phẩm như: “Về hình cầu và hình trụ”, “Về độ đo các cung”, “Về việc cầu phương parabol”, “Về các đường xoắn ốc”, v.v...

Acsimet đã tính được diện tích nhiều hình, thể tích nhiều vật thể bằng một phương pháp đặc biệt, chứng tỏ rằng ông đã có khái niệm khá rõ về phép tính vi tích phân, một bộ phận quan trọng của toán học hiện đại. Về mặt này ông đã đi trước thời đại hàng 20 thế kỷ, vì mãi đến thế kỷ thứ 17 phép tính vi tích phân mới thực sự hình thành và phát triển với Leibnit và Niuton.

1. Tính diện tích của parabol phân

Acsimet là người đầu tiên tìm ra phương pháp tính diện tích của parabol phân, chẳng hạn phần ABC giới hạn bởi parabol ABC và đường thẳng AC (H.1)

Qua trung điểm I của AC kẻ đường song song IBG với trục



của parabol. Acsimet khẳng định rằng diện tích phần parabol ABC bằng $1\frac{1}{3}$ lần diện tích tam giác ABC.

Sau đây là phương pháp chứng minh cơ học của ông. Kẻ $AR \parallel IB$ cắt tiếp tuyến CG tại R. Kéo dài CB cắt AR ở D trên đó đặt $DE = DC$. Bây giờ coi CE là đòn bẩy có thể quay xung quanh điểm D. Ta kẻ MP qua điểm O tùy ý song song với GI.

Theo tính chất của parabol mà Acsimet cho là đã biết, tức là $BI = BG$, thì $NP = NM$, $DA = DR$ và $\frac{PM}{PO} = \frac{AC}{AP} = \frac{DC}{DN} = \frac{DE}{DN}$ (*)

Nếu bây giờ trên đầu mút kia của đòn bẩy tại điểm E treo một đoạn $TH = PO$ thì theo luật đòn bẩy mà Acsimet tự tìm ra, đoạn TH cân bằng với đoạn MP. Dãy tỉ số (*) chứng tỏ rằng khối lượng của hai đoạn thẳng đó tỉ lệ nghịch với các cánh tay đòn. Điều này đúng với mọi đoạn thẳng kẻ trong tam giác ACR song song với IG.

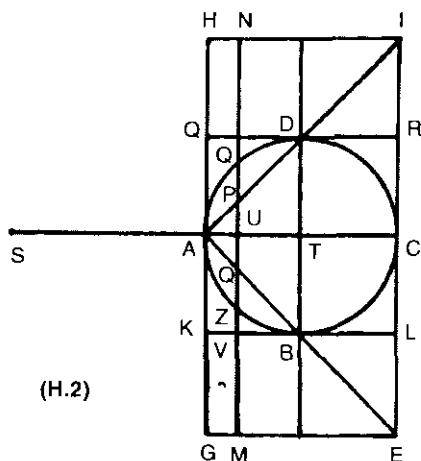
Do tam giác ACR gồm tất cả đoạn (tương tự PM) mà ta có thể kẻ trong tam giác và do phần parabol ABC gồm tất cả đoạn (tương tự PO) ở trong parabol nên tam giác ACR phải cân nặng như phần parabol sao cho trọng tâm của nó là E, ngoài ra D là trọng tâm chung của chúng.

Thật thế, trọng tâm tam giác ACR là K mà $DK = \frac{1}{3} DC$. Vì cánh tay đòn DE có treo phần parabol gấp 3 cánh tay đòn DK và do tam giác ACR cùng cân nặng như phần parabol nên tam giác phải nặng gấp ba phần parabol. Nhưng tam giác ACR gấp đôi tam giác ACD tức gấp bốn ABC. Vậy diện tích phần parabol ABC bằng $\frac{4}{3}$ diện tích tam giác ABC.

2. Thể tích hình cầu

Ac-si-met đã chứng tỏ rằng hình trụ ngoại tiếp hình cầu lớn hơn $1\frac{1}{2}$ lần hình cầu (lớn, nhỏ ở đây là tương quan thể tích).

Giả sử ABCD là hình tròn lớn của hình cầu (H.2). Xét hình tròn lớn thứ hai dựng trên đường



kính BD và mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng của hình tròn thứ nhất, rồi hình nón đi qua hình tròn thứ hai này có đỉnh A và trục AC, đáy là hình tròn đường kính EI và cuối cùng xét hình trụ EIHG có trục AC, đáy là hình tròn lớn EI.

Bây giờ nếu MQN là đường thẳng tùy ý song song với BD trong mặt phẳng hình tròn ABCD cắt hình tròn đó tại O và Z, cắt mặt xung quanh hình nón tại P và Q. Thế thì:

$$\left. \begin{aligned} UP^2 + UO^2 &= UA^2 + UO^2 = AO^2 = AU \cdot AC \\ (UP^2 + UO^2) : UN^2 &= (AU \cdot AC) : AC^2 = AU : AC \end{aligned} \right\} (*)$$

Vậy tỉ số của tổng (nói về diện tích) các hình tròn đường kính PQ, ZO và hình tròn đường kính MN bằng tỉ số của AU và AC.

Bây giờ lại xét AC là cánh tay đòn của đòn bẩy với điểm tựa tại A và cánh tay đòn kia AS bằng AC, sau đó các hình tròn đường kính PQ, ZO, chuyển động về S. Khi đó theo (*) chúng sẽ cân bằng với đường tròn MN treo tại tâm U của nó.

Vì hình trụ EIHG bao gồm hai hình tròn đó nên hình trụ cùng cân nặng bằng hình cầu và hình nón cùng treo tại điểm S. Do T là trọng tâm hình trụ nên tỉ số của hình trụ và tổng “nón và cầu” bằng tỉ số AS và AT, tức là 2 : 1. Vậy hình nón và hình cầu cộng lại bằng nửa hình trụ. Nhưng hình nón bằng $\frac{1}{3}$ hình trụ nên hình cầu bằng $\frac{1}{6}$ hình trụ hay $\frac{2}{3}$ hình trụ nhỏ KLRQ.

Kết quả này có thể phát biểu cách khác như sau: hình cầu gấp bốn lần hình nón đáy bằng hình tròn lớn của hình cầu và đường cao bằng bán kính. Từ đó Acsimet rút ra nhận xét là diện tích mặt cầu bằng bốn lần diện tích hình tròn lớn. Nếu mỗi hình tròn bằng tam giác đáy là chu vi hình tròn và đường cao là bán kính thì tương tự mỗi hình cầu phải bằng hình nón đáy là diện tích mặt cầu và đường cao là bán kính của nó.

Acsimet đã chứng minh những kết quả trên trong cuốn *“Về hình cầu và hình trụ”*.

3. Những nghiên cứu khác về hình học

Trong một hình lăng trụ đáy vuông có hình trụ nội tiếp mà đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông đáy lăng trụ, ta cắt lăng trụ bằng một mặt phẳng qua tâm đáy dưới và cạnh đáy trên. Ta sẽ được một khối giới hạn bởi mặt hình trụ, mặt phẳng cắt và mặt phẳng đáy. Khối này có thể tích bằng $\frac{1}{6}$ thể tích của lăng trụ.

Acsimet đã nêu lên nhận xét trên vẫn bằng phương pháp cơ

học như các vấn đề ở trên rồi mới chứng minh chặt chẽ bằng hình học.

Cuối cùng ông còn nêu thêm:

Nếu trong một hình lập phương có hai hình trụ nội tiếp với trục vuông góc thì thể tích của phần chung bằng $\frac{2}{3}$ thể tích của hình lập phương.

Ngoài ra ông đã tính được:

- 1) Thể tích khối phỏng cầu (sphéroïde)
- 2) Thể tích của parabolôit phân quay
- 3) Trọng tâm của parabolôit phân quay cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục.
- 4) Trọng tâm của nửa hình cầu
- 5) Thể tích cầu phân
- 6) Thể tích phỏng cầu phân
- 7) Trọng tâm cầu phân
- 8) Trọng tâm phỏng cầu phân
- 9) Trọng tâm hypebôit phân quay.

Acsimet đã chứng minh một cách chặt chẽ định lí về diện tích parabol phân bằng hai cách: cơ học và hình học. Trong tác phẩm “Về việc cầu phương parabol”, ông đã đánh giá tổng các dãy vô hạn bằng phương pháp giới hạn hoặc bằng “phương pháp epsilon”. Điều đó chứng tỏ ông đã có tư duy khá rõ về toán học hiện đại. Đối với Acsimet những điều trên được coi là “trò chơi trẻ con”.

NHỮNG TIÊN ĐỀ CỦA ACSIMET

Tiên đề “toàn thể lớn hơn bộ phận” của Oclit cùng với bổ đề của Acsimet là hoàn toàn đủ để đo diện tích các hình phẳng và thể tích các khối đa diện. Nhưng muốn đo cung và mặt cong thì phải có một số tiên đề khác. Làm sao có thể biết được độ dài đường tròn lớn hơn chu vi đa giác nội tiếp và nhỏ hơn chu vi đa giác ngoại tiếp? Vì thế Acsimet đã nêu lên một số tiên đề mới.

Ông xét những đường cong phẳng giới nội nằm hoàn toàn về một phía của đường thẳng nối hai đầu mút của chúng, và những bề mặt giới hạn bởi đường cong nằm trong mặt phẳng đồng thời nằm hoàn toàn về một phía của mặt phẳng đó. Ông gọi đường cong và bề mặt cùng loại này là “lồi cùng một phía” nếu tất cả các đoạn thẳng nối 2 điểm tùy ý của đường cong hoặc của bề mặt luôn nằm về một phía của đường cong hoặc của bề mặt đó, hoặc nằm trên chúng. Sau đó ông đưa ra một số tiên đề sau đây:

1. Trong tất cả những đường nối hai điểm thì đường thẳng là ngắn nhất.

2. Nếu trong một mặt phẳng có hai đường cong lồi cùng phía mà cùng nối hai điểm, đồng thời một đường bao phủ hoàn toàn đường kia (chúng có thể trùng nhau ở một số đoạn) thì đường trước sẽ dài hơn đường sau.

3. Trong tất cả những bề mặt giới hạn bởi cùng một đường cong phẳng thì bề mặt phẳng là nhỏ nhất.

4. Giống như tiên đề 2 nhưng lại là bề mặt.

5. Nếu hiệu hai độ dài của hai đường, hai diện tích của hai mặt, hoặc hai thể tích của hai vật thể không bằng nhau, được tăng lên một số lần đủ lớn thì hiệu đó có thể lớn hơn đại lượng cho trước cùng loại.

Đó là “*tiên đề Acsimet*” nổi tiếng.

Lần đầu tiên Acsimet đã định nghĩa diện tích xung quanh của hình trụ đứng và hình nón đứng bao hàm giữa lăng trụ nội tiếp và lăng trụ ngoại tiếp theo tiên đề 4.

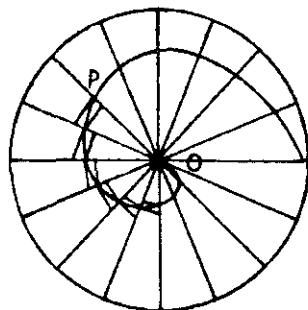
Trong cả hai trường hợp ông đã xây dựng hình tròn mà diện tích bằng diện tích xung quanh của hình trụ hoặc hình nón. Trong trường hợp hình trụ chẳng hạn, bán kính hình tròn này bằng số trung bình nhân giữa đường cao và đường kính hình trụ.

Bấy giờ Acsimet mới chuyển qua định nghĩa nổi tiếng về diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu, diện tích cầu phân và thể tích quạt cầu.

VỀ ĐƯỜNG XOẮN ỐC

Nếu một đường thẳng chuyển động đều xung quanh một điểm O cố định và đồng thời một điểm P chuyển động đều dọc theo đường thẳng phát xuất từ O thì điểm P đó vạch nên một đường xoắn ốc (H.3).

Acsimet đã nêu lên trong tọa độ



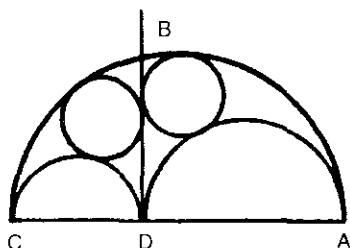
(H.3)

cực tính chất đặc trưng của các điểm của đường xoắn ốc, sau đó xác định tiếp tuyến tại một điểm tùy ý của đường xoắn ốc và cuối cùng tìm diện tích phần mặt phẳng giữa hai bán kính tùy ý, giữa hai vòng xoắn liên tiếp hoặc ở trong vòng đầu tiên của đường xoắn ốc.

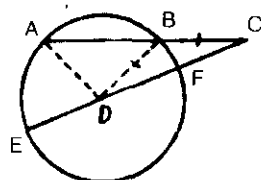
Trên (H.3) ta thấy rõ là diện tích nêu ở trên nằm giữa hai tổng của các hình viên phân (“tổng trong” và “tổng ngoài”). Điều khó khăn duy nhất trong việc chứng minh là tính tổng của dãy: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. Ở đây Acsimet đã nêu lên công thức: $3[a^2 + (2a)^2 + (3a)^2 + \dots + (na)^2] = n(na)^2 + (na)^2 + a(a + 2a + 3a + \dots + na)$

HÌNH “CON DAO NGƯỜI THỢ GIẤY”

Xét hình “con dao người thợ giấy” giới hạn bởi ba nửa đường tròn từng đôi tiếp xúc nhau (H.4) tại các đầu mút. Hình này bằng hình tròn đường kính BD. Đoạn BD chia hình thành hai phần: hai hình tròn nội tiếp trong hai phần đó bằng nhau. Acsimet đã nêu ra phương pháp biểu thị đường kính của hình tròn nội tiếp trong hình “con dao người thợ giấy” theo độ dài AC nếu cho biết tỉ số mà D chia đoạn AC.



(H.4)



(H.5)

Ngoài ra Acsimet còn trình bày một mệnh đề tuyệt vời. Kéo dài dây cung AB của một đường tròn tùy ý một đoạn BC bằng bán kính và kẻ qua C đường kính FDE. Thế thì cung $\widehat{AE}$ lớn gấp 3 cung BF (H.5). Cách chứng minh rất đơn giản:

$$\widehat{ADE} = \widehat{DAB} + \widehat{ACD} = \widehat{ABD} + \widehat{BDC} = 2\widehat{BDC} + \widehat{BDC} = 3 \widehat{BDC}$$

Dựa vào mệnh đề này ta có thể chia một cung $\widehat{AE}$ cho trước thành 3 phần bằng nhau như sau: kẻ đường kính EF rồi đoạn BC sao cho BC bằng bán kính r (chẳng hạn dùng thước trên có hai vạch cách nhau r) và CB kéo dài đi qua A. Khi đó cung $\widehat{BR}$ sẽ bằng $\frac{1}{3}$ cung $\widehat{AE}$.

DỤNG ĐA GIÁC ĐỀU 7 CẠNH

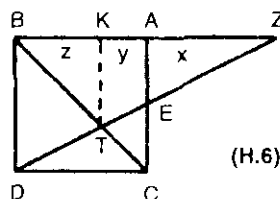
Acsimet đã nêu mệnh đề sau:

Giả sử ta kẻ đường chéo BC của hình vuông ABDC (H.6) rồi từ D kẻ đường hoành DTEZ sao cho hai tam giác DTC và ZAE tương đương. Từ T hạ TK vuông góc với AB. Gọi các đoạn thẳng ZA, AK, KB theo thứ tự là x, y, z. Ta sẽ được những định lí sau đây về diện tích:

$$AB \cdot KB = AZ^2 \text{ hay } (y + z)z = x^2 \quad (1)$$

$$ZK \cdot AK = KB^2 \text{ hay } (x + y)y = z^2 \quad (2)$$

Dễ dàng chứng minh các mệnh đề này bằng cách xét những tam giác tương đương. Acsimet không nói gì về cách dựng đường hoành và các đoạn x, y. Nhưng điều này không

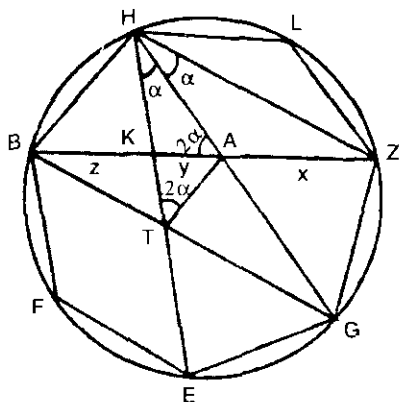


(H.6)

khó hiểu nếu ta sử dụng thiết diện côn. Thật thế, nếu đặt $y + z = a$ thì các phương trình (1) và (2) có thể viết:

$$a(a - y) = x^2 \quad (3)$$

$$(x + y)y = (a - y)^2 \quad (4)$$



(H.7)

Trong hệ tọa độ vuông góc thì phương trình (3) biểu thị một parabol, còn phương trình (4) biểu thị một hypebol. Hai đường cong này cắt nhau tại ba điểm nằm trong góc vuông thứ nhất.

Đến đây Acsimet mới dựng tam giác AKH có cạnh đáy là $AK = y$ và hai cạnh bên là $AH = x$ và $HK = z$ (H.7). Về

đường tròn ngoại tiếp tam giác BHZ, Acsimet đã khẳng định rằng đoạn BH chính là cạnh của hình bảy cạnh nội tiếp trong đường tròn đó.

Thật vậy, giả sử BHLZGEF là hình bảy cạnh đã dựng được và đường chéo BZ cắt HE và HG tại K và A, còn BG cắt HE tại T. Lại gọi các đoạn ZA, AK và KB của đường chéo ZB là x, y và z . Thế thì ta cũng được $AH = x$, $HK = z$. Gọi α là góc nội tiếp chắn cung mà đây là cạnh hình bảy cạnh. Từ ba tam giác đồng dạng ZHK, HAK và HTA (chúng có một góc bằng α và một góc bằng 2α) suy ra các tỉ lệ thức: $\frac{z}{x+y} = \frac{y}{z}$, $\frac{z}{x} = \frac{x}{y+z}$ tương đương với (2) và (1).

ACSIMET, NHÀ CƠ HỌC VĨ ĐẠI

Trong tác phẩm *“Về sự cân bằng của các hình phẳng”* Acsimet lần đầu tiên đã trình bày một cách logic và chặt chẽ định luật nổi tiếng về đòn bẩy xuất phát từ một dãy tiên đề:

“Hai đại lượng cân bằng nhau nếu các khoảng cách của chúng (đến điểm tựa của đòn bẩy) tỉ lệ nghịch với trọng lượng”.

Sử dụng định luật này có thể xác định trọng tâm của hình bình hành, hình tam giác và hình thang, trọng tâm của parabol phân, của phần diện tích parabol bao hàm giữa hai đường thẳng song song.

Trong tác phẩm *“Về các vật nổi”*, Acsimet bắt đầu đưa ra định luật về áp lực của chất lỏng trên vật bị chìm trong nó mà tỉ trọng nhỏ hơn, bằng hoặc lớn hơn tỉ trọng của chất lỏng.

Như vậy Acsimet còn là một nhà cơ học vĩ đại. Rất nhiều sáng chế và phát minh cơ học của ông đã nổi tiếng trên thế giới như: cái vít Acsimet, hệ thống đòn bẩy, ròng rọc và đỉnh vít để nâng và chuyển các vật có khối lượng lớn, xác định thành phần hợp kim bằng cách nhúng vật trong nước, v.v... Ông đã giải quyết được nhiều vấn đề khó nhất của thời đó về khoa học và kĩ thuật.

CÁC KHỐI ĐA DIỆN NỬA ĐỀU

Acsimet còn nghiên cứu các khối đa diện nửa đều giới hạn bởi:

4 tam giác đều và 4 lục giác đều

hoặc 8 tam giác và 6 hình vuông,

hoặc 6 hình vuông và 8 lục giác,
 hoặc 8 tam giác và 6 bát giác,
 hoặc 8 tam giác và 18 hình vuông,
 hoặc 12 hình vuông, 8 lục giác và 6 bát giác,
 hoặc 20 tam giác và 12 ngũ giác,
 hoặc 12 ngũ giác và 20 lục giác,
 hoặc 20 tam giác và 12 thập giác,
 hoặc 32 tam giác và 6 hình vuông,
 hoặc 20 tam giác, 20 hình vuông và 12 ngũ giác,
 hoặc 30 hình vuông, 20 lục giác và 12 thập giác.

ACSIMET NHÀ YÊU NƯỚC NÔNG NÀN

Acsimet là người yêu nước thiết tha. Ông đã tham gia bảo vệ quê hương chống bọn xâm lược La Mã, đã lãnh đạo việc xây dựng các công trình kĩ thuật phức tạp và sáng chế vũ khí phục vụ kháng chiến. Nhà văn cổ Hi Lạp Plutarco đã tả lại việc quân đội La Mã bị đánh trả ở thành phố Xiracudo như sau:

“Khi quân La Mã bắt đầu những cuộc tiến công từ trên đất liền cũng như trên biển, nhiều người dân Xiracudo cho rằng khó có thể chống lại một đội quân hùng mạnh như vậy. Acsimet liền cho mở các máy móc và vũ khí đủ các loại do ông sáng tạo ra. Thế là những tiếng động khủng khiếp, tới tấp giáng xuống đầu các đội quân đi bằng đường bộ. Cùng lúc đó có những

thanh xà nặng uốn cong giống hình chiếc sừng được phóng từ pháo đài, liên tiếp rơi xuống tàu địch.

Tướng La Mã phải ra lệnh rút lui. Nhưng bọn xâm lược cũng không thoát khỏi tai họa. Khi các đoàn tàu địch chạy gần đến khoảng cách một mũi tên bay thì Acsimet ra lệnh mang đến tám gương sáu mặt. Cách tám gương này một khoảng ông đặt các tấm gương khác nhỏ hơn, quay trên các bản lề. Ông đặt tám gương giữa các tia sáng của Mặt trời mùa hè. Các tia sáng từ gương chiếu ra đã gây nên một đám cháy khủng khiếp trên các con tàu. Đoàn tàu biến thành đám tro...”

Câu chuyện này tưởng là hoang đường. Nhưng đến năm 1777 nhà toán học nổi tiếng Bu-phông mới chứng minh được rằng điều đó có thể xảy ra. Bằng 168 chiếc gương, trong những ngày nắng tháng tư, ông đã đốt cháy một cây to và làm nóng chảy chì ở cách xa 45 mét.

ACSIMET, MỘT CÔNG TRÌNH SỰ SÁNG TẠO

Nhà văn cổ Hi Lạp Aphinô đã tả quang cảnh công trường đóng tàu thủy của Acsimet như sau:

“Nhà hình học Acsimet được giao đóng một chiếc tàu to bằng 64 chiếc tàu thường. Tất cả mọi thứ cần thiết, các loại gỗ quý được chở từ khắp nơi đến. Nhiều thợ đóng tàu cũng được triệu về đây. Mọi việc được tiến hành rất nhanh chóng, có qui củ, nên chỉ sau nửa năm đã làm xong một nửa tàu. Riêng việc hạ thủy tàu này, mọi người bàn cãi rất nhiều: làm sao có thể đưa được một con tàu lớn như vậy xuống nước?

Nhưng Acsimet đã dùng trục quay để kéo con tàu với rất ít người giúp việc. Chiếc tàu khổng lồ này có đầy đủ tiện nghi, như nhà bếp, nhà ăn, chỗ dạo chơi, kho lương thực, thư viện,...”.

CÁI CHẾT CỦA ACSIMET

Acsimet vẫn tham gia bảo vệ thành phố quê hương. Quân xâm lược tàn bạo cố đánh phá, nhưng không thể tiến lên được. Chúng bèn dùng cách vây thành để ngăn chặn mọi đường tiếp tế.

Mùa thu năm 212, trước Công nguyên, thành Xiracudo bị hạ sau hai năm bị vây hãm. Quân La Mã xông vào tàn sát nhân dân rất dã man. Trong lúc Acsimet đang ngồi trên bãi cát mãi mê tính và vẽ hình thì một tên lính La Mã đã cầm giáo đâm chết ông.

APÔLÔNİUT

(APOLLONIUS)

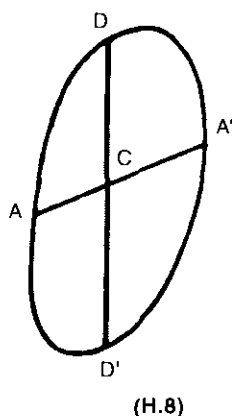
Apôlônĳut là một nhà hình học nổi tiếng cổ Hi Lạp mà chúng ta đã từng quen biết khi học về *đường tròn Apôlônĳut*, quỹ tích những điểm mà tỉ số khoảng cách tới hai điểm cố định cho trước bằng một hằng số.

Ông sinh khoảng năm 210 trước Công nguyên. Thuở nhỏ ông sang Alêcxăngdri và học toán với các học trò của Oclit. Ông đã lập nên *lý thuyết về chuyển động của Mặt trăng* và để lại cho các nhà thiên văn những bảng tính toán giúp tính được vị trí của Mặt trời và Mặt trăng trong thời gian nhật thực và nguyệt thực.

TÁC PHẨM “CÔNİC” NỔI TIẾNG

Ông đã viết tác phẩm “Cônĳic”, tức là “*Thiết diện cônĳic*” sau này được dịch ra tiếng Anh và Pháp dưới đầu đề “*Các đường cônĳic của Apôlônĳut*”.

Chính ông đã tìm ra đầu tiên phương trình $y^2 = px$ đối với parabol, mà bây giờ ta gọi là phương trình chính tắc của parabol trong đó p gọi là tham số tiêu.



Ông cũng đã đưa ra đường conic một số danh từ mới. Ông gọi đường trung bình AA' (H.8) là *tâm* của thiết diện conic, đường thẳng đi qua tâm C theo phương tung độ được gọi là *đường kính liên hợp* của AA' .

Trong elip, đường kính liên hợp cắt elip tại hai điểm D và D'. Ông đã chứng minh hai đường kính liên hợp có thể thay thế cho nhau.

Ông cũng đã đưa ra khái niệm *hyperbol liên hợp*. Từ đó ông phát biểu một cách đơn giản tất cả định lý về đường kính liên hợp đối với hyperbol cũng như đối với elip.

Ngoài tác phẩm “*Cônic*”, Apôlôniut còn một số tác phẩm khác sau đây:

1. Về thiết diện theo tỉ số cho trước

Ông đã xét bài toán: “Cho hai đường thẳng trên mỗi đường cho một điểm; qua một điểm thứ ba bất kì ta phải kẻ một đường thẳng sao cho nó định ra trên hai đường thẳng đã cho (tính từ những điểm đã cho) hai đoạn theo một tỉ số cho trước”. Ông phân tích bài toán để dẫn tới phương trình bậc hai, sau đó tổng hợp bằng cách giải phương trình bậc hai và chứng minh bài toán có nghiệm là số thực.

2. Về thiết diện có diện tích cho trước

3. Về xác định thiết diện

4. Về các tiếp điểm

Ông nêu ra bài toán nổi tiếng về tiếp tuyến sau đây: “Cho ba vật thể, mỗi vật thể có thể là điểm, đường thẳng hoặc đường tròn. Hãy tìm đường tròn đi qua mỗi điểm đã cho và tiếp xúc với đường thẳng hoặc đường tròn đã cho”.

5. Về quỹ tích phẳng

6. So sánh khối mười hai mặt và khối hai mươi mặt

Nếu khối 12 mặt và khối 20 mặt cùng nội tiếp trong một hình cầu thì tỉ số diện tích bề mặt của chúng bằng tỉ số thể tích của chúng.

7. Về đường xoắn ốc

BECNULI

(BERNOULLI)

Học về bất đẳng thức chúng ta đều biết *bất đẳng thức Bernuli*: $(1+x)^m \geq 1+mx$ nếu m nằm ngoài khoảng từ 0 đến 1 và $(1+x)^m \leq 1+mx$ nếu $0 \leq m \leq 1$ (m là số hữu tỉ và $x \geq -1$).

Chúng ta hãy làm quen với dòng họ Becnuli ở Thụy Sĩ. Điểm lại lịch sử văn hóa khoa học thế giới, một trong những gia đình có nhiều thế hệ liên tiếp các nhà khoa học, văn nghệ sĩ nổi tiếng là gia đình Becnuli. *Gia đình này đã có 9 nhà toán học trong đó 5 là viện sĩ mà nổi tiếng nhất là Iacôp và Iôgan Becnuli.*

Đặc biệt trong suốt 250 năm ở trường Đại học Bazen Thụy Sĩ lúc nào cũng có giáo sư thuộc dòng họ Becnuli, và dòng họ này đã lãnh đạo bộ môn toán ở trường Đại học đó trong hơn 100 năm, từ năm 1687 với Iacôp Becnuli cho đến năm 1790 với Iôgan II là con trai của Iôgan Becnuli.

Bây giờ chúng ta hãy nói về hai anh em Iacôp và Iôgan, những người đã cùng Niuton và Lebnil mở đầu một thời kỳ mới của toán học, với sự xuất hiện của phép tính vi phân và sự ra đời của giải tích toán học.

Iacôp Becnuli sinh ngày 27 tháng 12 năm 1654 và mất ngày 16 tháng 8 năm 1705. Từ nhỏ ông đã thông thạo nhiều ngoại ngữ như các tiếng Đức, Anh, Pháp, Italia, La tinh và Hi Lạp. Ông ham thích học toán, nhưng phải tự học toán một cách vụng trộm vì bố ông không muốn ông học toán. Năm 17 tuổi, ông đỗ tiến sĩ triết học và đã có một công trình đầu tiên về toán.

Năm 1676 ông đi du lịch nhiều nơi trên thế giới, thăm Thụy Điển, Italia, Pháp và sống ở Gionevơ 20 tháng. Năm 1680 ông trở về Bazen và trong hai năm liền 1681 và 1682 ông công bố hai công trình về thiên văn. Năm 1687 ông được cử làm giáo sư toán học của trường Đại học Bazen.

Iôgan Becnuli em của Iacôp, sinh năm 1667. Sau khi học xong trung học, bố ông cho đi học buôn bán và học thêm tiếng Pháp ở thành phố Nepxaten. Một năm sau, Iôgan bỏ về nhà vì không thích nghề buôn bán và vào học đại học. Năm 18 tuổi ông bảo vệ luận án tiến sĩ văn khoa. Theo lời khuyên của anh, Iôgan bắt đầu quan tâm đến toán học. Chỉ sau hai năm Iôgan đã đọc hầu hết các tác phẩm của các nhà toán học cổ và đương thời.

Năm 1687 hai anh em Iacôp và Iôgan nghiên cứu bài báo mới nhất của Leibnit về “giải tích các vô cùng bé”. Lúc đầu cả hai không hiểu hết bài báo đó nên đã viết thư cho Leibnit ở Hanôvơ đề nghị giải thích một số điểm trong bài báo đó. Nhưng lúc đó Leibnit mới nhận được thư của hai anh em Becnuli. Trong thời gian chờ đợi, hai anh em đã không cần

đến sự giúp đỡ của Leibniz. Họ đã tự tìm hiểu để nắm vững bài báo và đã phát triển nhiều ý của Leibniz. Hai anh em đã sử dụng phép tính mới này để giải một số bài toán có kết quả rất tốt.

Từ năm 1693 Leibniz và Iôgan bắt đầu trao đổi thư từ với nhau cho tới khi Leibniz mất. Năm 1745 những bức thư đó được xuất bản thành 2 tập. Trong số lượng khổng lồ 15 nghìn bức thư mà Leibniz trao đổi với các nhà khoa học thì số thư trao đổi với Iôgan Bernoulli chiếm một phần đáng kể và có ý nghĩa lớn đối với lịch sử toán học.

Những công trình toán học của hai anh em Bernoulli đã sớm đưa họ lên vị trí những nhà toán học hàng đầu của châu Âu thời bấy giờ. Vì vậy năm 1699 khi Viện Hàn lâm Khoa học Paris lần đầu tiên chọn viện sĩ nước ngoài thì trong danh sách các viện sĩ này có tên hai anh em Bernoulli. Và dòng họ Bernoulli đã có mặt ở Viện Hàn lâm Paris suốt 91 năm với Iacôp, Iôgan và hai con của Iôgan là Danin I và Iôgan II.

Từ năm 1687 Iacôp là chủ nhiệm khoa toán trường Đại học Bazen và đến năm 1705 khi Iacôp mất thì Iôgan lúc đó ở Hà Lan được mời về thay thế anh trong chức vụ đó.

Khi Leibniz nêu lên ý kiến mới về giải tích các vô cùng bé thì nhiều nhà toán học đương thời hoài nghi, thậm chí có người phản đối, chống lại. Nhưng anh em Bernoulli đã ủng hộ và lao vào khai thác những ý hay của Leibniz, vận dụng tài tình phương pháp mới này để giải quyết nhiều vấn đề, nhiều bài toán của toán học và của các ngành khác, do đó đã chứng

Nhưng theo giả thiết thì $\frac{Gd}{Hc} = 1$; vì thế: $\frac{Dd}{Cc} = \frac{DK}{DE} \cdot \frac{FC}{CL}$

Qua C kẻ $CM \parallel DK$. Ta có: $\frac{DK}{DE} = \frac{CM}{CF}$; vậy; $\frac{Dd}{Cc} = \frac{CM}{CL}$

Vì Δt bằng nhau nên $\frac{Dd}{Cc}$ bằng tỉ số vận tốc, và tỉ số bình phương vận tốc bằng tỉ số độ cao (theo một định luật có trước định luật Galilê).

$$\frac{Dd^2}{Cc^2} = \frac{CM^2}{CL^2} = \frac{ED}{FC}$$

Hệ thức này biểu thị tính chất hình học thuần túy của đường cong. Đường cong phải tìm có tính chất là: nếu tại các điểm tùy ý C và D ta kẻ các tiếp tuyến CL và DK rồi kẻ đoạn CM song song với tiếp tuyến DK thì phải có đẳng thức $\frac{CL^2}{CM^2} = \frac{CF}{DE}$.

• *Phần hai của bài toán* – (Giải bài toán hình học)

Iôgan đã tài tình đưa bài toán về việc nghiên cứu loại những bài toán ngược trên các tiếp tuyến. Ông đã giải như sau:

Giả sử $AE = x$ (gốc tọa độ phải là điểm A), $ED = y$, thế thì $GD = dx$ và $Gd = dy$. Có thể coi điểm A cố định và những dữ kiện đó của nó là không đổi.

Gọi $CF = a$, $CL = b$. Theo hình vẽ: $Dd = \sqrt{dx^2 + dy^2}$.

Xét hai tam giác đồng dạng GDd , FCM ta suy ra:

$$\frac{GD}{Dd} = \frac{FC}{CM}, \text{ tức là } \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{a}{CM}.$$

Từ đó: $CM^2 = \frac{a^2 dx^2 + a^2 dy^2}{dy^2}$

Sự đòi hỏi đối với đường cong là:

$$\frac{b^2}{CM^2} = \frac{a}{y}, \text{ hay } b^2 y dy^2 - a^3 dy^2 = a^3 dx^2$$

Vậy bài toán dẫn tới một phương trình vi phân.

Iacôp đã nêu lên một bài toán nổi tiếng, đó là “*bài toán đẳng chu*” quen thuộc với chúng ta ngày nay: “*Qua hai điểm A và B hãy vạch một đường khép kín, sao cho với chiều dài cho trước đường ấy bao một diện tích lớn nhất*”. Rõ ràng công cụ giải tích vô cùng bé đã tỏ ra rất có hiệu lực để giải các bài toán này.

Hai anh em Becnuli đã có nhiều đóng góp quan trọng vào nhiều ngành khoa học khác nhau, ngoài giải tích toán học. Iacôp đã có cống hiến lớn vào *lí thuyết xác suất* với “*sơ đồ Becnuli*”, “*định lí Becnuli*” nổi tiếng. Lôgan đã đóng góp xuất sắc vào toán học, cơ học, vật lí, động lực học chất lỏng. Trước khi mất vào tuổi 80, Lôgan vẫn giữ thói quen làm việc suốt ngày đến tận nửa đêm. Ông đã để lại một người học trò mà ông rất yêu quý, đó là nhà toán học vĩ đại Ole.

BODU

(ETIENNE BEZOUT)

Học về đa thức, chúng ta đã từng làm quen với định lí sau đây mang tên nhà toán học Bodu:

“Số dư của phép chia đa thức:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

cho nhị thức $(x - a)$ bằng giá trị của đa thức $P(x)$ khi $x = a$ ”.

Nhà toán học Pháp Bodu sinh ngày 31-3-1730 và mất ngày 27-9-1783. Từ năm 1763 ông bắt đầu dạy toán trong quân đội Pháp ở các trường hải quân và pháo binh. Công trình chủ yếu của ông là đại số cao cấp. Ông đã nêu ra lí thuyết về định thức trong việc giải hệ phương trình bậc cao, chứng minh định lí về hai đường cong bậc m và n cắt nhau không quá $m.n$ điểm.

Tác phẩm *“Giáo trình toán”* của Bodu (từ 1764 đến 1769) gồm 6 tập được phổ biến ở Pháp và ở nước ngoài cho tới năm 1848. Tên ông được đặt cho một trong những định lí cơ bản của đại số.

Trong lĩnh vực đại số sơ cấp, Bodu đã phát triển phương pháp thừa số vô định để giải hệ phương trình.

Ông đã là viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Pari năm 1758 khi mới 28 tuổi.

BUN

(GEORGES BOOLE)



Một cấu trúc đại số có nhiều ý nghĩa quan trọng về lý thuyết cũng như về thực tiễn, đó là đại số Bun. Từ đầu thế kỷ 20 đến nay, đại số Bun ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong logic toán, kỹ thuật điện, máy tính, lý thuyết tự động v.v....

Đại số Bun mang tên nhà toán học Anh là G. Bun đưa ra lần đầu tiên năm 1854.

G. Bun sinh ngày 2-11-1815 ở Lanhcôn. Bun là con một người bán tạp hóa nên chỉ được học trong trường học của con nhà nghèo. Mới 12 tuổi Bun đã dịch được những bài trường ca tiếng La tinh ra tiếng Anh vì Bun đã bỏ rất nhiều công sức để tự học rất giỏi hai thứ tiếng La tinh và Hy Lạp; là hai thứ tiếng chỉ được học trong các trường dành cho con nhà quyền quý, thượng lưu.

Năm 16 tuổi, Bun đã phải tìm việc làm mong thoát cảnh nghèo nàn của gia đình bằng cách vừa dạy học vừa tự học.

Chính cha ông đã truyền cho ông những hiểu biết đầu tiên về toán và thức tỉnh ông để tâm nghiên cứu toán học. Năm 20 tuổi ông mở trường tư dạy toán. Ông đã phát minh ra *một hệ thống thực dụng về logic hình thức* (hay là logic toán), ra sức tự học toán học.

Năm 1848 Bun cho xuất bản tập *“Giải tích toán học của logic”* và bắt đầu nổi tiếng từ đó. Cuốn sách này được nhà toán học nổi tiếng bấy giờ là Đơ Moóc-găng đánh giá là một công trình của một nhà toán học bậc thầy. Ông vừa dạy học, vừa phụng dưỡng cha mẹ, vừa tiếp tục say sưa nghiên cứu trong hoàn cảnh khó khăn thiếu thốn.

Năm 1849, Bun được chỉ định làm giáo sư toán tại trường đại học của nữ hoàng. Cuộc đời ông đã chuyển sang giai đoạn mới. Năm 1854 ông cho xuất bản tác phẩm nổi tiếng *“Các định luật của tư duy”*, nguồn gốc của đại số Bun. Một năm sau ông kết hôn với Mari Êvoret và sinh ra nhà nữ văn sĩ Êten Lilian Bun, (thường gọi theo họ chồng là Vôinit, nhà cách mạng người Balan) tác giả cuốn *“Ruồi trâu”* nổi tiếng.

Bun mất ngày 8-12-1864, thọ 49 tuổi. Cuộc đời và sự nghiệp của Bun là một tấm gương sáng về tinh thần khắc phục khó khăn, say mê nghiên cứu, kiên nhẫn tự học.

BUNHIACÔPXKI

(VICTOR IAKOVLEVITCH BOUNIAKOVSKI)



Nói đến các bất đẳng thức quan trọng trong đại số, ta thường nhắc tới và vận dụng bất đẳng thức *Bunhiacôpxki* sau đây:

"Với mọi a, b ta có bất đẳng thức:

$$(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \times (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:

$$a_1 = kb_1, a_2 = kb_2, \dots, a_n = kb_n$$

Nhà toán học Nga Bunhiacôpxki sinh ngày 16-12-1804 là viện sĩ Viện Hàn lâm Pêtecbuga từ khi mới 24 tuổi và sau này trở thành phó chủ tịch của Viện từ năm 1864 cho tới năm 1889 là năm ông mất. Ông mất ngày 12-12-1889.

Từ năm 16 tuổi đến 21 tuổi ông đã theo học ở Pari, lúc đó có nhiều giáo sư nổi tiếng dạy như Laplaxơ, Phuriê, Côsi, Logiăngđrơ. Ông bảo vệ luận án tiến sĩ toán tại Pari vào năm 1825 lúc ông mới 21 tuổi.

Trở về nước, ở Pêtecbuga ông đã hoạt động tích cực trong lĩnh vực giáo dục, giảng dạy toán cho đến năm 1846. Trong 15

năm sau, từ 1846 đến 1859 ông dạy tại trường Đại học Pêtecbuga, phụ trách các môn cơ học giải tích, lý thuyết xác suất và giải tích toán học. Bắt đầu từ năm 1858, ông trở thành chuyên gia quan trọng của chính phủ về các vấn đề thống kê và bảo hiểm.

Có thể nói rằng lĩnh vực hoạt động của ông rất rộng lớn và đầy kết quả tốt đẹp. Ông đã có đến 168 công trình nghiên cứu. Công trình ưu việt của Bunhiacôpxki là lý thuyết số, lý thuyết xác suất và ứng dụng. Ông còn nghiên cứu nhiều về giải tích, hình học và đại số, quan tâm cả đến tính toán trong thực tiễn; góp phần vào việc cải tiến các tính toán của nước Nga.

Tác phẩm lớn của ông là *“Cơ sở của lý thuyết xác suất”* (1846) trong đó có nhiều phần độc đáo, nhất là phần lịch sử phát sinh và phát triển môn xác suất, phần ứng dụng quan trọng của xác suất trong vấn đề bảo hiểm và dân số v.v...

Một loạt công trình của ông về thống kê, xác suất đã góp phần đáng kể vào sự phát triển của lý thuyết thống kê ở nước Nga. Các công trình về lý thuyết số với một số khái niệm mới đã mang lại sự hấp dẫn đối với môn này vào thế kỷ thứ 19. Trong hình học ông cũng đã nghiên cứu về lý thuyết các đường song song.

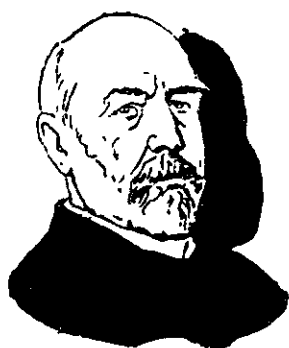
Cùng với Ôxtrôgratxki và Trêbusep, ông đã có vai trò lớn trong việc nâng cao trình độ khoa học của việc giảng dạy toán ở đại học và mở rộng phạm vi chương trình toán ở đại học. Ông đã viết tập *“Những bài giảng về toán lý thuyết và toán*

ứng dụng” có giá trị lớn đối với việc giảng dạy toán cũng như đối với từ vựng khoa học. Ngoài ra đối với nhà trường phổ thông Bunhiacôpxki đã viết cuốn sách giáo khoa “Số học” (1844) và cuốn “Chương trình và tóm tắt môn số học”.

Ông là hội viên danh dự của tất cả các trường đại học Nga, của nhiều hội khoa học, đồng thời là phó chủ tịch Viện Hàn lâm Khoa học và Viện đã đặt ra giải thưởng mang tên ông cho những tác phẩm toán học có giá trị lớn.

CANTO

(GEORGE FERDINAND LOUIS PHILIPPE CANTOR)



Zênông đã quan tâm đến 3 vấn đề: vấn đề vô cùng bé, vấn đề vô cực và vấn đề liên tục. Nhiều bộ óc lớn của mỗi thế hệ đã lần lượt nghiên cứu tiếp ba vấn đề này nhưng không thành công. Ba nhà toán học Vâyostraxo, Đêdokin và Canto đã giải quyết được hoàn toàn ba vấn đề nói trên.

Canto sinh ngày 3-3-1845 tại Xanh-Petecbua. Bố ông sinh ở Côpenhaghen nhưng cả thời niên thiếu sống ở Xanh-Petecbua, sau đó bị bệnh phổi, đã từ già nước Nga để về nước Đức ở Frăngfoxuyalomanh cho tới khi mất. Mẹ ông là một nghệ sĩ, em trai là nghệ sĩ dương cầm, em gái là họa sĩ.

Tài năng và sự ham mê toán học của Canto bộc lộ khá sớm (trước 15 tuổi). Ông học đại học tại Zurích năm 1862 và năm sau do bố mất nên ông lại về học tại Beclin. Luận án tiến sĩ của ông pháp triển một điểm khó mà Gauxo đã để ra một bên, đó là *nghiệm nguyên của phương trình vô định*:

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ với a, b, c là những số nguyên cho trước.

Chưa đầy 30 tuổi, Canto đã công bố lý thuyết về nhóm vô hạn, gây nên một chấn động lớn trong giới toán học với những tìm tòi sáng tạo mới mẻ. Từ 1874 đến 1884 (từ 29 đến 39 tuổi) Canto đã hoạt động tích cực ở trường đại học Halê.

Nếu r thỏa mãn một phương trình đại số bậc n có hệ số là những số hữu tỉ nguyên và nếu r không thỏa mãn bất cứ phương trình nào khác cùng loại với bậc $< n$ thì ta cho rằng r là một số đại số bậc n .

Điều này có thể tổng quát hóa, vì dễ dàng chứng minh rằng tất cả nghiệm của phương trình dạng:

$$c_0 x^n + c_1 x^{n-1} + \dots + c_{n-1} x + c_n = 0$$

trong đó c là những số đại số cho trước (đã định nghĩa trên đây) là một số đại số. Theo định lý này thì tất cả nghiệm của phương trình:

$$(1 - 3\sqrt{-1})x^2 - (2 + 5\sqrt{17})x + \sqrt[3]{90} = 0$$

là những số đại số vì tất cả hệ số của phương trình đều nguyên (hệ số thứ nhất thỏa mãn $x^2 - 2x + 10 = 0$, hệ số thứ hai thỏa mãn $x^2 - 4x - 421 = 0$, hệ số thứ ba thỏa mãn $x^3 - 9 = 0$ và chúng theo thứ tự là bậc 2, 2, 3).

Canto đã chứng minh rằng nhóm tất cả số nguyên hữu tỉ $1; 2; 3; \dots$ chứa đúng các phần tử của nhóm tất cả số đại số.

Lý thuyết của Canto về vô cực thực và về số học mãi gần đến cuối đời ông mới được thừa nhận. Nếu ông còn sống đến ngày này thì ông sẽ tự hào chính đáng về sự xâm nhập lý thuyết của ông trong tất cả các ngành của toán học. Ông đã

từng nói *“Thực chất của toán học nằm trong sự tự do của nó”*.
Cuộc cách mạng trong toán học hiện nay là sự khẳng định
mới của sự tự do này.

Canto mất ngày 6-1-1918, thọ 63 tuổi.

CÔSI

(AUGUSTE LOUIS CAUCHY)



Trong sách giáo khoa toán học phổ thông, tên tuổi của Côsi được nhắc đến thường xuyên với *bất đẳng thức Côsi*:

“Giữa số trung bình cộng và số trung bình nhân có bất đẳng thức sau:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

$$(x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n)$$

Dấu bằng xảy ra khi: $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ ”

CUỘC ĐỜI ÉO LÉ CỦA CÔSI

Côsi sinh ở Pari ngày 21 tháng 8 năm 1789. Nhà toán học đầy óc sáng tạo này có rất nhiều công trình toán học, chỉ thua Ole mà thôi. Những nhà toán học hiện đại tiếp thu được ở Côsi hai điều “canh tân” nổi bật trên con đường nghiên cứu toán ở thế kỉ thứ 18. Điều canh tân đầu tiên là đưa sự chặt chẽ vào giải tích toán học, mà trước đó các nhà toán học quá dễ dãi.

Điều canh tân thứ hai, đó là đi vào một hướng trái ngược: giải tích tổ hợp. Từ phương pháp của Lagrăng trong lý thuyết phương trình, Côsi đã rút ra được cái tinh túy để hệ thống thành những cơ sở đầu tiên của lý thuyết nhóm. Ông đã nhìn thấy trong tính đối xứng của các công thức đại số những phép toán và tính chất của chúng dẫn tới lý thuyết nhóm. Ngày nay lý thuyết sơ cấp đó tuy khá phức tạp đã có vai trò rất quan trọng trong nhiều lĩnh vực toán học, từ lý thuyết về phương trình đại số cho tới hình học và lý thuyết cấu trúc nguyên tử.

Cuộc đời và tính tình của Côsi giống như của chàng “Đông Ki-sôt” đáng thương, không biết nên khóc hay nên cười. Ông là anh cả của 6 em trong một gia đình Thiên chúa giáo. Thời niên thiếu của ông trải qua cuộc cách mạng ở Pháp. Bố Côsi phải đem cả gia đình về quê, phải thường xuyên sống bằng hoa quả và rau tự trồng. Do đó mà Côsi ốm yếu luôn vì suy dinh dưỡng.

Thời gian sống ẩn dật này khoảng 11 năm. Bố Côsi phải đảm nhận việc dạy con cái học. Ông thường soạn thơ để con cái học lịch sử, luân lý, ngữ pháp v.v... Do đó Côsi đã hưởng được ở bố khả năng làm thơ bằng tiếng Pháp và tiếng La tinh, lời thơ đầy tình cảm nồng hậu. Gia đình Côsi sống cạnh gia đình nhà hóa học Pháp Bectôlê, cách nhau chỉ một bức tường giữa hai khu vườn.

Ngày 1 tháng 1 năm 1800, bố Côsi do có liên hệ bí mật với Pari nên được phong làm thư kí Nghị viện, có phòng làm việc ở lâu đài Lucxămbua. Ông đã dành cho con một góc phòng để Côsi có điều kiện nghiên cứu và học tập.

Nhà toán học Lagrăng lúc đó là giáo sư trường Đại học Bách Khoa thường xuyên đến liên hệ công việc với bố Côsi và đã có dịp tiếp xúc với Côsi. Ông ta rất ngạc nhiên về năng khiếu toán học đặc biệt của Côsi. Một hôm trước mặt Laplace và một số nhân vật khác, Lagrăng đã chỉ vào cậu bé Côsi ngồi làm việc ở một góc phòng của bố và nói: “Các bạn có thấy cậu thiếu niên này không? Cậu ta sẽ vượt chúng ta khi chúng ta đang còn là những nhà toán học.”

Lagrăng đã khuyên bố Côsi như sau: “Bác đừng để Côsi sờ đến một cuốn sách toán cao cấp nào trước khi em ấy 17 tuổi”, hoặc “Bác nên dạy văn cho Côsi để có cơ sở vững chắc, vì em ấy sẽ trở thành nhà toán học lớn và phải biết viết thành văn những thành tựu toán học của mình”.

Năm 13 tuổi, Côsi vào học trường trung tâm của Păngtông. Ở đó vua Napôlêông đã đặt ra nhiều giải thưởng và một kì thi học sinh giỏi cho tất cả các trường của nước Pháp thuộc cùng một lớp. Côsi đứng đầu lớp và đã đạt nhiều giải nhất về các môn học tiếng La tinh, Hi Lạp và thơ La tinh.

Năm 1805 khi 16 tuổi, Côsi đã gặp được một thầy dạy toán giỏi và đã thi đỗ thứ hai vào trường Đại học Bách khoa. Năm 1807 ông vào học trường Đại học Cầu cống và tuy mới 18 tuổi nhưng ông đã vượt các bạn học 20 tuổi, mặc dầu các bạn này đã học 2 năm ở trường này rồi.

VÀO QUÂN ĐỘI VẪN TIẾP TỤC PHÁT MINH TOÁN HỌC.

Khi Côsi rời Pari tới Secbua để nhận việc lần đầu, ông đã

ra đi “nhẹ về hành lí và đầy hi vọng” để làm một kĩ sư quân đội. Hành lí nhẹ vì ông chỉ mang theo có 4 cuốn sách: “Cơ học thiên thể” của Laplace, “Về các hàm số giải tích” của Lagrange, một cuốn sách về Chúa Giêsu và một cuốn của Viète.

Côsi sống ở Secbua khoảng ba năm. Ngoài công việc bận rộn của người kĩ sư trong quân đội, ông đã tranh thủ thời gian để nghiên cứu bằng cách “xem lại toàn bộ các ngành toán học, bắt đầu bằng số học và kết thúc bằng thiên văn nhằm làm sáng tỏ những chỗ còn chưa rõ hoặc đơn giản hóa các chứng minh để tìm thêm những mệnh đề mới”.

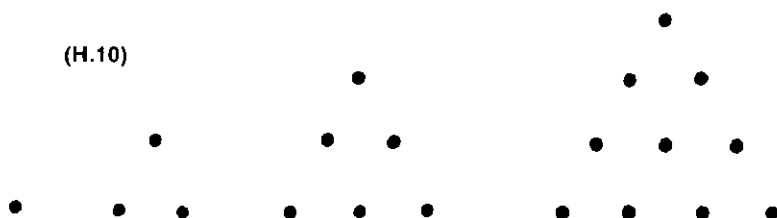
Sau thất bại của Napoléon ở Matxcova năm 1812 và ở Laidic năm 1813, Côsi trở về Pari cuối năm 1813. Lúc đó ông 24 tuổi. Công trình toán học của ông bấy giờ là lí thuyết khối đa diện và hàm số đối xứng đã làm cho các nhà toán học lớn của nước Pháp chú ý.

Vào những năm 1840, Côsi đã đưa ra “lí thuyết về các phép thế”, sau này ông phát triển thành “lí thuyết các nhóm hữu hạn”

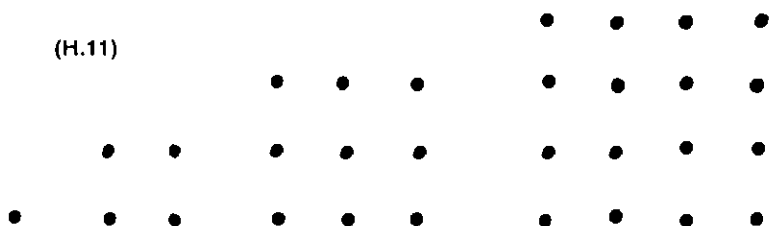
Bước vào tuổi 27, năm 1816, Côsi đã đứng ở hàng đầu của các nhà toán học còn sống khi đó. Năm 1814 Côsi đã viết công trình về tích phân xác định và không ai vượt được ông về *lí thuyết hàm số một biến phức* mà Gaucho đã đưa ra định lí cơ bản năm 1811 trước Côsi 3 năm. Công trình Côsi chi tiết hơn nhiều, chỉ được công bố năm 1827. Sự chậm trễ này là do khối lượng nội dung của công trình (dày khoảng 180 trang).

Năm sau (1815) Côsi lại gây một chấn động trong giới toán học bằng cách chứng minh một trong những định lí lớn của Fermat để lại: mọi số nguyên dương là tổng của ba “tam giác”,

của bốn “hình vuông”, của năm “ngũ giác”, của sáu “lục giác”, v.v... Số 0 trong mỗi trường hợp được coi là một số trong đó. Một “tam giác” là một trong những số 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21,... có được bằng cách dựng những tam giác đều bằng các điểm (H. 10).



Những “hình vuông” 0, 4, 9, 16... cũng được xây dựng như thế (H.11).



Không phải dễ gì mà chứng minh được! Ole, Lagrăng, Logiăngdro đã không làm được; còn Gaucho mới chứng minh được đối với các “tam giác”.

Trong 19 năm cuối đời mình, Côsi đã có trên 500 công trình trên tất cả lĩnh vực của toán học, kể cả cơ học, vật lí, thiên văn.

Côsi đã chết đột ngột ngày 23 tháng 5 năm 1857 lúc 68 tuổi. Một vài giờ trước khi mất, Côsi đã nói với tổng giám mục Pari: “*Những con người sẽ mất, nhưng những công trình của họ vẫn ở lại*”.

ĐÊCAC

(RENÉ DESCARTES)



Nói đến Đêcac là nói đến *hệ tọa độ vuông góc* mà mọi học sinh phổ thông đều biết. Đêcac sinh trưởng trong một gia đình quý phái. Mẹ mất sớm. Từ nhỏ Đêcac là cậu bé kém sức khỏe, nhưng có cái đặc biệt là luôn luôn muốn biết mọi điều ở trên Trái đất và trên bầu trời mà người vú nuôi kể cho nghe. Năm lên tám,

bố ông cho đi học. Ông được Cha Saclê, hiệu trưởng trường dòng chú ý từ đầu, quan tâm chăm sóc và dạy dỗ đặc biệt. Đêcac được phép dậy muộn và đến lớp chậm. Sau này khi trưởng thành, nhớ lại những năm tháng sống ở trường dòng, Đêcac nhận ra rằng chính nhờ những buổi sáng sớm được dậy muộn mà ông đã lặng lẽ suy nghĩ mọi việc, giúp ông phát triển được triết học và toán học.

Tháng 8 năm 1612 lúc 17 tuổi, ông từ giã nhà trường và đã trở thành người bạn thân của Cha Saclê. Người bạn thân thứ hai của ông ở đó là Mecxen, nổi tiếng về khoa học và toán

học, đã trở thành người đại diện khoa học và người bảo vệ che chở Đêcac trong mọi lúc.

Thiên tài bộc lộ khá sớm. Lúc 14 tuổi, ngồi suy nghĩ trên giường, ông cứ luôn tự hỏi: làm sao biết được một cái gì đó? tại sao chúng ta lại không khám phá những điều mà chúng ta có thể biết được? Ông đã từng nói: *“Tôi đang tồn tại”* và *“Tôi tư duy, tức là tôi tồn tại”*. Năm 18 tuổi, ông đã quyết định phải đi đây đó để xem cuộc sống xung quanh ra sao chứ không nên căn cứ vào sách vở. Ông đã rời nhà đến sống ở Pari. Ở đây ông đã miệt mài nghiên cứu triết học và toán học. Những người bạn cũ thuộc loại ăn chơi hay rủ rê ông trước đây lại đến tìm ông để buộc ông cờ bạc rượu chè. Chán ngán cảnh bạn bè như vậy, ông đã vào quân đội, đi hết Hà Lan cho đến Đức.

Ngày 10 tháng 11 năm 1619 là ngày khai sinh môn hình học giải tích trong toán học hiện đại. Nhưng phải đợi 18 năm nữa phương pháp này của Đêcac mới được công bố. Mùa xuân 1620 ông tham gia chiến đấu ở Praha và đoàn quân chiến thắng đã đưa ông vào thành phố. Ở đó ông đã gặp công chúa Êlîdabet lúc đó mới 4 tuổi, sau này trở thành đồ đệ trung thành của ông.

Năm 1623 ông trở về Pari sống ba năm trong suy tưởng, và đó là ba năm sung sướng nhất trong đời ông. Khi đó Galilê đã có nhiều phát minh xuất sắc về quang học, một nửa số học giả ở châu Âu thường xuyên sử dụng thấu kính, ống nhòm theo một cửa thời đại. Đêcac lúc đầu cũng tham gia, nhưng chẳng bao lâu ông đã rời bỏ những vấn đề cụ thể để quay sang nghiên cứu con người. Nhưng ông đã nhận xét một cách chua chát

rằng số người hiểu được con người quá ít so với số người tưởng rằng mình hiểu hình học.

Năm 1646 Đêcac tới Hà Lan sống thanh bình và vẫn thường xuyên thư từ với những bè bạn lớn ở châu Âu. Ông vẫn tiếp tục nghiên cứu toán học với những suy nghĩ sâu sắc và độc đáo. Ông để ý đến bài toán nghịch lí của Zênông “*Asin và con rùa*” và đưa ra một lời giải khá độc đáo. Chúng ta không nói đến thành tựu rực rỡ của Đêcac về mặt triết học mà chỉ đề cập tới công trình toán học của ông. Ông đã làm lại hình học và đã làm cho hình học càng hiện đại hơn. Chính ông đã phát minh ra hệ tọa độ vuông góc mang tên ông. Từ đó “chúng ta đã dùng đại số để khám phá và nghiên cứu những định lí hình học về hình tròn”. Và như các nhà bác học đã đánh giá Đêcac: “*Nhờ có Đêcac mà chúng ta đã sử dụng đại số và giải tích làm hoa tiêu trên biển cả không bản đồ của không gian hình học của nó*”.

Như vậy, chúng ta đã đề cập được không gian nhiều chiều. Với mặt phẳng cần 2 tọa độ, với không gian bình thường của các vật thể cần 3 tọa độ, với hình học của cơ học và tính tương đối cần 4 tọa độ và cuối cùng với không gian của các nhà toán học, có khi phải cần đến n tọa độ, với $n > 4$.

Cho nên “*Đêcac không xem xét lại hình học mà sáng tạo ra nó*”. Đó là môn hình học giải tích, môn học đã đánh dấu một bước ngoặt quan trọng trong lịch sử toán học thế giới, gắn liền với tên tuổi bất tử của Đêcac.

“Tôi chỉ muốn lặng lẽ và nghỉ ngơi”, đó là ao ước của ông.

Ông sinh ngày 31 tháng 3 năm 1596 tại La Hay ở Pháp trong giai đoạn mà cả châu Âu đang có chiến tranh và mọi người đang pháp phủng chờ đợi một sự cải tổ về tôn giáo và chính trị. Hai nhà toán học Fecma và Patxcan sống cùng thời với Êcac.

Êcac mất ngày 11 tháng 2 năm 1650 lúc 54 tuổi, trước sự chứng kiến của Cha Saclê mà ông đã yêu cầu được gặp vào những giờ phút cuối đời mình. Mười bảy năm sau, thi hài ông mới được đưa từ Stôckhôn về đặt tại điện Păngtêông ở thủ đô Pari. Chính quyền nhà vua lúc đó không cho tổ chức buổi lễ công khai đón di hài Êcac về Pari vì cho rằng những tư tưởng của ông không có lợi cho chế độ. Sau khi ông mất một thời gian, nhờ có Hồng y giáo chủ Risolio các công trình của ông mới được xuất bản.

ĐÊĐOKIN

(JULIUS WILHELM RICHARD DEDEKIND)



Đêđokin là người tiếp tục sự nghiệp số học của Kumme và là một trong những nhà toán học lớn của nước Đức. Cũng như Kumme ông là người sống lâu, sinh ngày 6-10-1831 và mất ngày 12-2-1916.

Lúc đầu chỉ ham mê vật lý và hóa học, mãi về sau Đêđokin mới thật sự nghiên cứu toán học.

Năm 19 tuổi ông vào học trường đại học Gottinghen. Năm 21 tuổi ông bảo vệ luận án tiến sĩ về "*tích phân Ole*" trước một hội đồng giám khảo mà Gauxo là một thành viên.

Năm 1854 ông dạy tại trường và trở thành người bạn của Rieman. Lần đầu tiên trong năm học 1857-1858, Đêđokin đã có một giáo trình về lý thuyết Galoa và có lẽ lần đầu tiên lý thuyết này được dạy ở trường đại học. Dedekind là một trong những người đầu tiên đánh giá cao tầm quan trọng của khái niệm nhóm trong đại số và số học.

Năm 26 tuổi, ông làm giáo sư trường Bách khoa Dyrích

được 5 năm, sau đó lại trở về dạy tại trường Kỹ thuật cao cấp Brunuych trong nửa thế kỷ. Ông là người có trí óc minh mẫn và thân hình cường tráng, không lập gia đình cho tới lúc mất thọ, 95 tuổi.

Chúng ta biết đến tên tuổi Đêđokin với “lát cắt Đêđokin” trong lý thuyết số vô tỉ và trong cơ sở của giải tích. Ta hãy điểm qua vài nét về vấn đề này.

Nếu a và b là hai số thường thì phân số $\frac{a}{b}$ gọi là số hữu tỉ, nếu không tồn tại các số nguyên m, n sao cho một số N nào đó có thể biểu diễn bởi $\frac{m}{n}$ thì ta nói rằng N là một số vô tỉ. Như thế $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ đều là số vô tỉ. Nếu muốn biểu diễn một số vô tỉ thành một số thập phân thì ta sẽ được một số thập phân vô hạn không tuần hoàn, chẳng hạn $\frac{13}{11}$ có thể biểu diễn dưới dạng $1,181818... = 0,(18)$ và là số thập phân vô hạn tuần hoàn chu kỳ 18. Nhưng số $\sqrt{2}$ chẳng hạn thì có thể biểu diễn dưới dạng $1,414....$ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Nếu hai số hữu tỉ bằng nhau thì rõ ràng hai căn bậc hai của chúng là bằng nhau, tức là 2.3 và 6 mà bằng nhau thì $\sqrt{2.3}$ và $\sqrt{6}$ cũng bằng nhau. Nhưng điều sau đây không hiển nhiên “ $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{2.3}$ do đó $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$ ”. Sở dĩ như vậy (tuy ở nhà trường ta công nhận $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$) vì căn bậc hai của $2; 3; 6$ là những số thập phân vô hạn không tuần hoàn, mà đã là vô hạn thì tích hai số thập phân vô hạn không tuần hoàn (biểu diễn $\sqrt{2}$ và $\sqrt{3}$) không bằng một số thập phân vô hạn không tuần hoàn (biểu diễn $\sqrt{6}$). Cả loài người sẽ không tính toán được

và không bao giờ chúng mình được $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$, mà càng tính toán càng đi đến “gần đúng” chứ không thể đi đến “bằng”.

Năm 1872, khi nghiên cứu về sự liên tục và các số vô tỉ, Đêđôkin đã tự đặt ra nhiệm vụ chính xác hóa hai khái niệm “gần đúng” và “bằng nhau”. Đêđôkin đã đưa vào khái niệm “lát cắt”: một lát cắt chia tất cả số thực thành hai lớp, một lớp “cao” và một lớp “thấp” sao cho mọi số ở lớp thấp nhỏ hơn mọi số ở lớp cao. Trong giả thiết này có thể xảy ra 1 trong 3 tình huống sau:

(A) Có thể có trong lớp thấp một số lớn hơn mọi số khác của lớp này.

(B) Có thể có trong lớp cao một số nhỏ hơn mọi số khác của lớp này.

(C) Số này hoặc số kia (số lớn nhất trong (A) và số nhỏ nhất trong (B)) đều không tồn tại.

Chính (C) dẫn tới sự tồn tại những số vô tỉ. Thật thế, nếu (C) tồn tại thì sẽ có một lát cắt trong dãy tất cả số hữu tỉ tức là hai lớp cao và thấp có thể gặp nhau mà muốn gặp nhau thì lát cắt phải được thực hiện bởi một số nào đó. Số này không phải là hữu tỉ mà là số vô tỉ.

Chỉ cần lấy một ví dụ. Căn bậc hai vô tỉ của 2 được xác định bởi lát cắt trong đó lớp cao chứa tất cả số hữu tỉ dương mà bình phương lớn hơn 2, còn lớp thấp chứa tất cả số hữu tỉ khác.

Ý tưởng cao đẹp của Đêđôkin chứng tỏ rằng: *toán học càng phát triển thì càng trở nên trừu tượng và như thế càng trở nên thực tiễn.*

ĐIÔPHĂNG

(DIOPHANTE)

Chúng ta đã được làm quen với “*phương trình Điôphăng*”:

$$ax \pm by = c$$

Điôphăng là nhà toán học cổ Hi Lạp. Ông sinh khoảng năm 250 sau Công nguyên. Trong lý thuyết số, ông đã đóng góp hai vấn đề quan trọng là: *lý thuyết về phương trình Điôphăng* và *lý thuyết về xấp xỉ Điôphăng*.

ĐIÔPHĂNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH VÔ ĐỊNH

Nghiệm tổng quát của phương trình Điôphăng bậc nhất $ax \pm by = c$ được Brăcmagupta, nhà toán học Ấn Độ (598–660 sau Công nguyên) nêu lên trọn vẹn.

Nói như vậy không có nghĩa là Điôphăng không nêu được phương pháp tổng quát nào. Thật ra ông đã đưa ra nghiệm tổng quát của các tam giác Pitago:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

và nêu lên một phương pháp đặc biệt để giải các phương trình vô định dạng $Ax^2 + B + C = y^2$, khi A và C bằng 0, khi A hoặc B

là một bình phương, hoặc khi $A + C$ là một bình phương còn B bằng 0.

Ông còn đưa ra phương pháp giải hệ phương trình dạng:

$$ax^2 + bx + c = y^2$$

$$dx^2 + ex + f = z^2$$

Ông đã nhận xét là các số dạng $8n + 7$ không thể viết dưới dạng tổng quát của ba bình phương.

Chính Pitago và Platông đã trình bày phương pháp đặc biệt giải phương trình Diophăng $x^2 + y^2 = z^2$ để tìm nghiệm nguyên. Những người Babilong cũng đã biết đến nghiệm tổng quát của phương trình đó:

$$x = p^2 - q^2, y = 2pq, z = p^2 + q^2$$

Những người thuộc trường phái Pitago cũng đã biết vô số nghiệm của phương trình Diophăng:

$$x^2 - 2y^2 = \pm 1$$

BỐN BÀI TOÁN CỦA ĐIOPHĂNG VÀ CÁCH THAY SỐ BẰNG CHỮ

Điophăng đã nêu lên cách giải 4 bài toán sau đây:

Tìm hai số biết:

- Tổng và tích của chúng.
- Tổng và tổng các bình phương của chúng.
- Tổng và hiệu các bình phương của chúng.
- Hiệu và tích của chúng.

Nếu cho tổng $2a$ thì ông đã chọn một số là $a + s$, còn số kia

là $a - s$ và được một phương trình của s . Nếu cho hiệu $2b$ thì chọn một số là $s + b$, còn số kia là $s - b$.

Tất cả các bài toán của mình dù phức tạp đến đâu, Diôphăng cũng đưa ra một cách có hệ thống về những phương trình có một ẩn. Còn những ẩn khác thì hoặc biểu diễn qua một ẩn hoặc cho chúng những giá trị tùy ý mà sau đó trong trường hợp cần thiết sẽ biến đổi đi để chúng thỏa mãn những điều kiện khác của bài toán.

Ông cũng là nhà toán học đã đưa vào cách gọi và cách viết lũy thừa của ẩn s , chẳng hạn (theo ngôn ngữ bây giờ):

1 là đơn vị, s là số, s^2 là bình phương,

s^3 là lập phương, s^6 là lũy thừa bậc sáu.

Ngoài ra lại còn thêm cách gọi các đại lượng nghịch đảo của lũy thừa s^{-1} , s^{-2} , v.v... Ông không viết số 12 mà viết là "12 đơn vị".

Ông đã giải thích cách nhân và chia các lũy thừa của ẩn, cách nhân đa thức, cách ghép các số hạng cùng lũy thừa của s , cách chuyển các số hạng âm từ vế này sang vế kia của phương trình, cách trừ các số hạng bằng nhau ở cả hai vế của phương trình.

Sau một số phép biến đổi ở mỗi vế của phương trình chỉ còn lại một số hạng, lúc đó phương trình sẽ có dạng:

$$as = b, \text{ hoặc } as^2 = bs, \text{ hoặc } as^2 = b$$

và sẽ giải được dễ dàng.

Ông cũng đã nêu ra cách giải rõ ràng về phương trình bậc hai dạng:

$$as^2 + bs = c, \text{ hoặc } as^2 + c = bs, \text{ hoặc } bs + c = as^2.$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI ĐỘC ĐÁO MỘT SỐ BÀI TOÁN

Bài toán – *Hãy biểu thị một số cho trước bằng tổng của hai bình phương dưới dạng tổng của hai bình phương khác.*

Sau đây là cách giải của Điôphăng:

“Giả sử số cho trước là 13, nó bằng tổng bình phương của 2 và 3. Giả sử một cạnh hình vuông là $s + 2$, cạnh hình vuông khác là một bội của s trừ đi 3, chẳng hạn đó là $2s - 3$. Như thế bình phương thứ nhất là $s^2 + 4s - 4$, bình phương thứ hai là $4s^2 + 9 - 12s$, cả hai là $5s^2 + 13 - 8s$. Nó phải bằng 13, từ đó $s = \frac{8}{5}$.

Vậy cạnh hình vuông thứ nhất là $s + 2 = \frac{18}{5}$, cạnh hình vuông thứ hai là $2s - 3 = \frac{1}{5}$. Các diện tích hình vuông sẽ là $\frac{324}{25}$ và $\frac{1}{25}$. Tổng của chúng rõ ràng là bằng 13”.

Bài toán – *Tìm hai số sao cho bình phương của mỗi số cộng với số kia là một bình phương.*

“Giả sử số thứ nhất là s . Muốn cho bình phương của nó cộng thêm số thứ hai là một bình phương, ta đặt số thứ hai là $2s + 1$.

Bình phương của số thứ hai cộng thêm số thứ nhất sẽ là $4s^2 + 5s + 1$. Số này cũng phải là một bình phương. Ta chọn cạnh hình vuông là $2s - 2$, bình phương của nó sẽ là $4s^2 + 4 - 8s$ và từ đẳng thức $4s^2 + 5s + 1 = 4s^2 + 4 - 8s$, ta được $s = \frac{3}{13}$ ”.

Trong cả hai ví dụ này, phương pháp giải của Điôphăng như nhau. Ông chọn ẩn bằng biểu thức đơn giản đối với s , như

$s + 2$ và $2s - 3$ trong bài toán thứ nhất. Ông sẽ được một phương trình bậc hai đối với s , rồi tìm cách hoặc bỏ số hạng chứa s^2 , hoặc bỏ số hạng không đổi, để cách giải cuối cùng được đơn giản.

Ngoài ra Diôphăng còn đưa ra một phương pháp khác gọi là “*đẳng thức kép*” dựa vào công thức:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Phương pháp này được áp dụng khi cả hai biểu thức chứa s phải là bình phương. Trong trường hợp này, hiệu của chúng phải bằng hiệu các bình phương (chẳng hạn $x^2 - y^2$) để có thể phân tích thành một tích hai thừa số ($x + y$ và $x - y$). Nửa tổng hai thừa số này sẽ là x , nửa hiệu của chúng là y .

Ông đã vận dụng phương pháp trên trong bài toán sau:

Bài toán – *Thêm cùng một số vào hai số cho trước để được hai số mới là hai bình phương.*

“Giả sử hai số cho trước là 2 và 3, thêm s vào chúng được $s + 2$ và $s + 3$ là hai bình phương. Ở đây ta có “*đẳng thức kép*”.

Cách giải như sau:

Lấy hiệu ($s + 3$ và $s + 2$), sau đó chọn hai số sao cho tích bằng hiệu đó, chẳng hạn 4 và $\frac{1}{4}$. Nửa hiệu của chúng nhân với chính nó ta đặt bằng $s + 2$ hoặc nửa tổng của chúng nhân với chính nó ta đặt bằng $s + 3$. Trong cả hai trường hợp ta được $s = \frac{97}{64}$. Vậy số ta phải thêm vào là $\frac{97}{64}$. Rõ ràng nó thỏa mãn điều kiện của bài toán”.

Với bài toán: *Tìm hai bình phương sao cho khi cộng thêm 12 vào mỗi bình phương đó ta lại được hai bình phương, ông đã giải dễ dàng (theo lời ông) bằng cách phân tích 12 dưới dạng hiệu của hai bình phương theo hai cách:*

$$12 = 2.6 = (4 - 2)(4 + 2) = 4^2 - 2^2.$$

Và
$$12 = 3.4 = \left(3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)\left(3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \left(3\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Từ đó:
$$2^2 + 12 = 4^2 ; \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12 = \left(3\frac{1}{2}\right)^2$$

Diophant gọi phương pháp đó là “*phương pháp giả thiết tạm*”.

Sau đây là một ví dụ minh họa đẹp dễ về phương pháp này mà ông đã nêu ra.

Bài toán – *Chia đơn vị thành hai phần và thêm vào mỗi phần một số cho trước để tích của chúng là một bình phương.*

“Giả sử các số thêm vào là 3 và 5. Gọi một phần là s , phần kia là $1 - s$. Nếu thêm 3 và 5 vào hai phần ta sẽ được $s + 3$ và $6 - s$. Như thế tích của chúng sẽ là $3s + 18 - s^2$. Số này phải là một bình phương, ta đặt là $4s^2$. Nếu thêm s^2 vào hai vế ta được: $3s + 18 = 5s^2$.

Phương trình này không có nghiệm hữu tỉ. Hệ số 5 là một bình phương (số 4) cộng thêm 1. Muốn phương trình có nghiệm hữu tỉ thì phải lấy 18 lần hệ số đó và thêm vào bình phương một nửa của 3 để được một bình phương. Như vậy, đáng lẽ 4 ta phải tìm một bình phương khác để khi tăng thêm 1 và lấy 18 lần cộng với $2\frac{1}{4}$ sẽ được một bình phương”.

Với bài toán phụ này, Diôphăng đã đưa vào ẩn mới s (không phải ẩn cũ s ở trên). Ông viết tiếp như sau:

“Giả sử bình phương chưa biết là s^2 . Ta có $s^2 + 1$, lấy 18 lần cộng thêm $2\frac{1}{4}$ hay $18s + 20\frac{1}{4}$ phải là một bình phương

Ta lấy tất cả 4 lần sẽ được số $72s^2 + 81$ là một bình phương. Đặt bình phương này bằng $(8s + 9)^2$ và được $s = 18$. Vậy bình phương phải tìm là 324.

Bây giờ trở lại bài toán ban đầu: $3s + 18 - s^2$ phải là một bình phương. Bây giờ lấy bình phương đó là $324s^2$, được $s = \frac{78}{325} = \frac{6}{25}$. Vậy phần thứ nhất là $\frac{6}{25}$ và phần thứ hai là $\frac{19}{25}$.”

Ta thấy rằng Diôphăng đã đưa ra nghiệm tổng quát của phương trình bậc hai dạng: $as^2 = 2bs + c$.

Ông đã viết nghiệm dưới dạng phân số có mẫu số a (ở ví dụ trên $a = 325$) và chỉ rõ nghiệm chỉ là hữu tỉ khi $b^2 + ac$ là một bình phương. Công thức ông đã đưa ra là: $s = \frac{b + \sqrt{b^2 + ac}}{a}$.

Ông cũng đã nêu ra cách giải thứ hai với phương pháp “*giả thiết tạm*”. Trước tiên ông tìm được nghiệm âm mà rõ ràng ông đã vứt bỏ nó đi, vì thế ông đã phải thay đổi giả thiết để cho một bất đẳng thức nào đó được thỏa mãn.

● *Phương pháp khác:*

Phần thứ nhất phải thêm vào 3 thì ta đặt bằng s trừ đi 3. Thế thì phần thứ hai sẽ là $4 - s$ và điều kiện sẽ là: $9s - s^2$ phải

là một bình phương. Đặt bình phương này bằng $4s^2$, ta sẽ được $s = \frac{9}{5}$. Nhưng không thể trừ đi 3 đơn vị nếu s phải lớn hơn 3 mà nhỏ hơn 4.

Ta tìm s bằng cách chia 9 cho 5, tức là một bình phương cộng 1. Vì s nằm giữa 3 và 4 nên bình phương này cộng 1 phải nằm giữa 3 và $2\frac{1}{4}$, hay bình phương này phải nằm giữa 2 và $1\frac{1}{4}$. Vậy ta phải tìm bình phương lớn hơn $1\frac{1}{4}$ mà nhỏ hơn 2.

Đổi các số này thành phân số có mẫu số 64, tử số sẽ là 80 và 128. Bấy giờ tất cả đã đơn giản: bình phương phải tìm là $\frac{100}{64}$, tức là $\frac{25}{16}$. Trở lại bài toán ban đầu, ta được phương trình:

$$9s - s^2 = \frac{25}{16}s^2$$

Từ đó suy ra $s = \frac{144}{41}$. Vậy số thứ nhất là $\frac{21}{41}$, số thứ hai là $\frac{20}{41}$.

Điôphăng còn xét thêm tam giác vuông với cạnh hữu tỉ tức là cách giải phương trình Điôphăng:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Ông đã biết rằng với những tam giác vuông này ta có thể được hai số p và q theo công thức:

$$x = p^2 - q^2, y = 2pq, z = p^2 + q^2$$

Ông nêu thêm điều kiện phụ về cạnh hoặc về diện tích. Chẳng hạn:

Bài toán – *Tìm tam giác vuông (có cạnh đo bằng số nguyên) mà cạnh huyền trừ đi mỗi cạnh góc vuông cho một lập phương.*

Ông viết:

“Giả sử với tam giác vuông ta dùng hai số s và 3 . Thế thì cạnh huyền sẽ là $s^2 + 9$, hai cạnh góc vuông là $6s$ và $s^2 - 9$.

Nếu bây giờ lấy cạnh huyền trừ đi cạnh góc vuông $s^2 - 9$ thì được số 18 , không phải là một lập phương.

Ta được số 18 như thế nào? Nó là hai lần bình phương của 3 . Như thế thay cho 3 phải lấy số mà hai lần bình phương của nó là một lập phương. Nếu ta lại gọi số đó là s (không phải s cũ ở trên^(*)) thì $2s^2$ phải là một lập phương, chẳng hạn s^3 . Từ đó ta được $s = 2$.

Bây giờ ta lại lập tam giác với các số s (số s lúc đầu) và 2 (thay cho 3). Cạnh huyền sẽ là $s^2 + 4$, hai cạnh góc vuông là $4s$ và $s^2 - 4$. Ta thấy rằng hiệu giữa cạnh huyền $s^2 + 4$ và một cạnh góc vuông $s^2 - 4$ là một lập phương.

Nhưng hiệu giữa cạnh huyền và cạnh góc vuông kia tức là biểu thức $s^2 + 4 - 4s$ cũng phải là một lập phương. Biểu thức này là hình vuông có cạnh $s - 2$. Như thế bài toán sẽ giải được nếu ta cho $s - 2$ bằng một lập phương. Giả sử lập phương đó là 8 , thế thì $s = 10$. Như vậy tam giác được tạo thành nhờ hai số 10 và 2 . Cạnh huyền sẽ là 104 , hai cạnh góc vuông là 40 và 96 ”.

(*) Số s ở đây rõ ràng là không được nhầm với số s đã nêu lúc đầu. Chúng ta có một ví dụ rất tiêu biểu của giả thiết tạm. Nếu với số 3 không thu được kết quả gì thì Diôphăng đã thay số này bằng số khác mà tạm thời ông ta cũng gọi là s .

TẤM BIA TRÊN MỘ ĐIOPHĂNG

Lịch sử đã ghi lại tóm tắt cuộc đời của Điôphăng trên tấm bia khắc trên mộ của ông dưới dạng bài toán như sau:

“Hỡi những người đi đường! Ở đây yên nghỉ nhà toán học Điôphăng. Những dòng ghi dưới đây sẽ nói cho bạn biết ông ta thọ bao nhiêu tuổi. Một phần sáu cuộc đời ông là ở tuổi thiếu niên đầy hạnh phúc. Sống thêm $\frac{1}{12}$ tuổi đời thì râu lúa thưa bắt đầu xuất hiện trên mép. Điôphăng lấy vợ, nhưng sống thêm $\frac{1}{7}$ tuổi đời mà vẫn chưa có con. Năm năm sau đưa con đầu lòng của ông chào đời, thật là cá niềm sung sướng đối với ông. Song số phận cho phép cậu ta chỉ thọ được bằng $\frac{1}{2}$ tuổi đời của bố. Đưa con chết đi, cuộc sống trầm lặng đau thương đã dày vò ông suốt 4 năm trường rồi ông nhắm mắt là đời”.

Nếu gọi x là tuổi của Điôphăng cho tới khi mất thì ta có phương trình sau:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

Giải ra tìm được $x = 84$. Như vậy ông lấy vợ năm 21 tuổi, có đưa con trai đầu vào năm 38 tuổi, con ông chết lúc ông 80 tuổi và ông mất lúc 84 tuổi.

DIRICLÊ

(PETER DIRICHLET)



Chúng ta hãy thử giải bài toán sau:
“Không thể nhốt 7 con thỏ vào 3 cái chuồng sao cho trong mỗi chuồng không có quá 2 con”.

Thật vậy, nếu trong mỗi chuồng không có quá 2 con thì số thỏ sẽ không quá $2 \cdot 3 = 6$ (con), điều này mâu thuẫn với điều kiện đã cho là có 7 con thỏ.

Việc giải những bài toán cùng loại đòi hỏi dùng những cách lập luận giống nhau được gọi chung là *“nguyên lý Diriclé”*.

Diriclé là nhà toán học Đức sinh ngày 13 tháng 2 năm 1805 và mất ngày 5 tháng 5 năm 1859. Trong thời gian từ 1822 đến 1827 ông làm gia sư ở Pari và tham gia nhóm các nhà nghiên cứu trẻ tập hợp xung quanh nhà toán học Pháp Phuriê. Năm 1829 ông trở về Beclin công tác và từ năm 1831 là giáo sư trường Đại học Beclin. Sau khi Gaucho mất (1855) ông là giáo sư trường Đại học Göttingen.

Diriclé đã có nhiều cống hiến quan trọng trong lý thuyết

số, đã chứng minh định lý về tồn tại vô số số nguyên tố trong cấp số cộng mà số hạng đầu và công sai là nguyên tố cùng nhau. Để giải bài toán này ông đã sử dụng hàm số giải tích được gọi là *hàm số* (hoặc chuỗi số) *Dirichle*. Ông cũng đã có những công trình đáng chú ý về cơ học và vật lý toán, đặc biệt về lý thuyết thế.

FECMA

(PIÈRRE FERMAT)



GIẢI THƯỞNG 10 VẠN MẮC

Năm 1908 một người Đức rất yêu môn toán tên là Vônfen đã treo *giải thưởng 100.000 mác cho người nào chứng minh được định lí lớn Fecma*. Từ đó hàng trăm, hàng nghìn người đã tìm mọi cách để chứng minh gây nên một phong trào trong các hội khoa học, trên các báo chí về vấn đề này. Ở Hội Toán học Gottinhghen, trong ba năm đầu sau khi Vônfen tuyên bố về giải thưởng đã có trên một nghìn lời *giải*.

Fecma là nhà toán học lớn người Pháp sinh ngày 17-8-1601 và mất ngày 12-1-1665. Ông còn là một nhà luật học, từ năm 1631 đến khi mất ông làm việc tại nghị viện của thành phố Tuludo. Ông nghiên cứu khá nhiều lĩnh vực của toán học như: lí thuyết số, hình học, đại số, lí thuyết xác suất. Phần lớn những phát minh toán của ông được biết đến do trao đổi thư từ với Patxcan, Đécac, Valixơ v.v...

Ông cùng với Đêcac là những nhà toán học lớn đã đặt nền móng cho môn hình học giải tích. Chính ông đã đưa vào toán học trước cả Đêcac các vấn đề: tọa độ vuông góc, phương pháp tọa độ và áp dụng vào hình học phương trình đường thẳng và các đường cong bậc hai. Trong công trình *“Mở đầu về lý thuyết quỹ tích phẳng và không gian”*, ông đã chứng minh đường thẳng ứng với phương trình bậc nhất, các thiết diện conic ứng với phương trình bậc hai. Ông cũng đã nghiên cứu về dạng tổng quát của phương trình bậc nhất và bậc hai của phép biến đổi tọa độ (chuyển gốc tọa độ và quay trục).

Trong công trình *“phương pháp tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất”* (chỉ đến năm 1679, sau khi Fecma chết mới được công bố) Fecma đã đưa vào toán học phép toán mà ngày nay ta gọi là phép tính vi phân và áp dụng chẳng những để tìm cực đại và cực tiểu mà còn để giải những bài toán về tìm tiếp tuyến với đường cong.

Ngoài ra ông còn nghiên cứu cả vật lý và đưa ra *“nguyên lý Fecma”* là nguyên lý cơ bản về quang hình học trong đó có định luật về phản chiếu và khúc xạ của ánh sáng. Toàn bộ công trình của Fecma chỉ được biết đến vào năm 1669 khi con trai ông công bố tuyển tập nghiên cứu của bố mình.

Một số mệnh đề toán học do Fecma nêu ra cũng có sai lầm. Chẳng hạn Fecma cho rằng tất cả các số có dạng $2^{2^n} + 1$ đều là số nguyên tố. Chính Ole đã chứng minh rằng với $n = 5$ thì sẽ được một hợp số.

XUNG QUANH ĐỊNH LÝ LỚN FECMA

Trong lịch sử toán học thế giới, “định lý lớn Fecma” có lẽ là định lý nổi tiếng nhất. Mặc dầu nhà toán học lỗi lạc Fecma nêu lên cách đây ba thế kỷ nhưng cho đến nay người ta vẫn không biết là nó đúng hay sai. Chưa có ai chứng minh được nó và cũng chưa có ai nêu được một chứng minh để bác bỏ nó.

Năm 1637, Fecma đã ghi như sau:

“Một lập phương không bao giờ là tổng của hai lập phương, một lũy thừa bậc bốn không bao giờ là tổng của hai lũy thừa bậc bốn và một cách tổng quát không có một lũy thừa nào số mũ lớn hơn 2 lại là tổng của hai lũy thừa tương tự.

Tôi đã tìm ra một cách chứng minh khá thú vị về mệnh đề trên, nhưng không phải là điều nên ghi ở chỗ lề cuốn sách này”.

Nếu Fecma, có chỗ để ghi cách chứng minh của ông ta thì một trong những bí ẩn của lịch sử toán học không tồn tại cho đến ngày nay!

Sau khi điều ghi chú này được công bố, các nhà toán học đương thời đã bắt tay vào việc nghiên cứu. Tại sao? Vì Fecma là một nhà toán học lỗi lạc thường nêu lên nhiều kết quả mà không ghi lại chứng minh, nhưng sau đó được các nhà toán học tiếp tục chứng minh lại, trừ mệnh đề sau đây mà ta vẫn thường gọi là “định lý lớn Fecma”:

Phương trình $x^n + y^n = z^n$ trong đó x, y, z là ba số nguyên và n là số mũ nguyên lớn hơn 2 không có nghiệm nguyên (trừ nghiệm tầm thường $x = y = z = 0$).

Cái khó của định lí này là nêu lên một điều không thể có, mà trong toán học việc chứng minh một điều có thể có dễ hơn là chứng minh một điều không thể có.

Thật thế, muốn chứng minh điều không thể xảy ra không phải chỉ xác lập được một số trường hợp riêng nào đó (dù số trường hợp này là lớn) nhưng phải với tất cả trường hợp có thể hình dung ra được. Vì vậy, điều tốt nhất là phải làm sao tìm được một cách chứng minh tổng quát dùng cho mọi trường hợp mà không loại trừ trường hợp nào.

Vì vậy ta hãy tưởng tượng việc xác lập *định lí lớn Fecma* như sau: với mỗi số mũ $n > 2$ ta lần lượt thử bộ 3 số nguyên (x, y, z) để chắc chắn rằng $x^n + y^n$ không bằng z^n . Cũng cần nói thêm việc này nếu giao cho máy vi tính mạnh nhất thế giới thì cũng không bao giờ xong được. Lí do hết sức đơn giản: có vô số số mũ n và với mỗi số mũ đó lại có vô số bộ 3 số (x, y, z) mà ta cần phải thử.

Nhưng dù sao máy vi tính vẫn có ích. Ba thập kỉ vừa rồi, dùng máy vi tính người ta đã chứng minh được *định lí lớn Fecma* đúng với tất cả số mũ $n < 125000$. Nói cách khác, từ nay trở đi ta biết rằng:

Với $2 < n < 125000$ thì phương trình $x^n + y^n = z^n$ không có nghiệm nguyên.

Hiện nay nếu ta có thể chứng tỏ rằng: tồn tại một phản ví dụ của *định lí lớn Fecma*, tức là tồn tại một số mũ $n > 125000$ và một bộ ba số nguyên (x, y, z) mà $x^n + y^n = z^n$ thì ta sẽ không còn phải kiểm nghiệm nó bằng cách tính x^n, y^n để xem tổng

của chúng có bằng z^n không. Lí do chỉ vì tính toán như thế thì phải dùng nhiều số quá lớn!

Ta chỉ có thể chứng minh rằng z phải nhất thiết lớn hơn số mũ n và do đó z^n phải lớn hơn 125000¹²⁵⁰⁰⁰; một số khổng lồ có đến 5 triệu chữ số, chưa kể là phản ví dụ này sẽ dẫn đến những số khổng lồ hơn nữa!

Tuy nhiên những điều nêu ở trên không đủ để chứng minh phản ví dụ này không tồn tại.

Nhà toán học vĩ đại Ole đã chứng minh cho $n = 4$, sau đó năm 1823 nhà toán học người Pháp Logiăngđơ đã chứng minh cho $n = 5$. Mười lăm năm sau, Lamê đã chứng minh cho số nguyên tố $n = 7$. Nhưng có vô số số nguyên tố nên Lamê cũng không làm sao đi tới trường hợp tổng quát được.

Rồi lần lượt đến nhà toán học người Đức Kummo đã dùng đến số phức và năm 1847 ông đã đạt kết quả rất ngạc nhiên là xây dựng được định lí cho tất cả số mũ nguyên tố nhỏ hơn 100, trừ ba số 37, 59 và 67.

Từ bấy lâu đến nay một điều ngờ vực nổi lên: có thật là Fecma đã tìm ra được cách chứng minh không hay điều ông ta nêu ra chỉ là giả thuyết và chắc đâu là đúng?

Nhưng ai mà biết được !

Vừa qua nhà toán học trẻ CHLB Đức Faltinh đã đưa ra cách chứng minh một số kết quả rất quan trọng dưới danh từ "*định lí Faltinh*" mà 60 năm nay các nhà toán học nghiên cứu chưa ra.

Theo *định lí Faltinh* thì phương trình $x^n + y^n = z^n$ chỉ có một số hữu hạn nghiệm là những số nguyên tố cùng nhau và nếu với mọi $n \geq 4$ mà định lí *Fecma* có thể sai thì chỉ có thể sai ở một mức độ nào đó.

Định lí Falting không đủ để xây dựng *định lí lớn Fecma* nhưng đã cung cấp cho các nhà toán học thế giới một chỉ dẫn quan trọng, vì cho tới nay chưa ai có ý niệm về số nghiệm có thể có của phương trình $x^n + y^n = z^n$. Đây là một khám phá quan trọng được thế giới toán học đánh giá cao, mở ra một khả năng mới để chứng minh *định lí lớn Fecma* sau 300 năm nay và chắc chắn là không dừng lại ở đó.

Năm 1995, nhà toán học trẻ Andrew Wiles sinh ngày 11 tháng 4 năm 1953 tại thành phố Cambrigio, vương quốc Anh đã kết hợp nhuần nhuyễn và cực kỳ sáng tạo tất cả những tinh hoa của toán học thế kỉ XX để chứng minh một cách chặt chẽ định lý cuối cùng của *Fecma*.

FIBÔNAXI

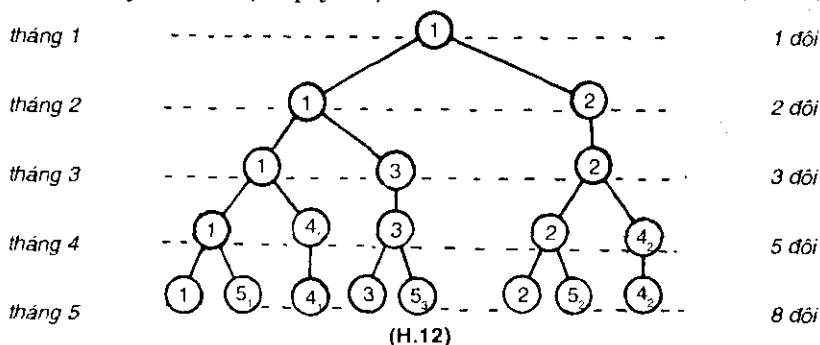
(LEONARDO FIBONACCI)

CÂU CHUYỆN THỎ ĐẸ CON

Đầu thế kỉ thứ 13, vào năm 1202 nhà toán học người Italia Fibônaxi đã xuất bản một cuốn sách tên là “Sách về bàn tính” trong đó có bài toán về “thỏ đẻ con” như sau:

“Giả sử thỏ đẻ theo quy luật là: một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con, mỗi đôi thỏ con sau 2 tháng lại bắt đầu sinh một đôi thỏ nữa, rồi sau đó mỗi tháng tiếp tục đẻ ra một đôi thỏ, v.v... và giả sử tất cả các thỏ đều sống. Hỏi nếu có một đôi thỏ nuôi từ tháng giêng và đẻ con vào tháng hai thì đến cuối năm có bao nhiêu đôi thỏ tất cả?”.

Ta hãy minh họa quy luật thỏ đẻ con bởi sơ đồ sau (H.12):



Trong tháng giêng chỉ có 1 đôi thỏ.

Đôi thỏ 1 đẻ ra đôi thỏ 2 vào đầu tháng 2. Như vậy trong tháng hai có 2 đôi thỏ.

Vào đầu tháng ba đôi thỏ 1 đẻ ra đôi thỏ 3, còn đôi thỏ 2 mới được một tháng chưa đẻ được. Như vậy trong tháng ba có 3 đôi thỏ.

Vào đầu tháng tư đôi thỏ 1 đẻ ra đôi thỏ 4₁, đôi thỏ 2 đẻ ra đôi thỏ 4₂, còn đôi thỏ 3 mới được một tháng chưa đẻ được. Như vậy trong tháng tư có 5 đôi thỏ.

Vào đầu tháng năm đôi thỏ 1 đẻ ra đôi thỏ 5₁, đôi thỏ 2 đẻ ra đôi thỏ 5₂, đôi thỏ 3 đẻ ra đôi thỏ 5₃, còn các đôi thỏ 4₁ và 4₂ mới được một tháng chưa đẻ được. Như vậy trong tháng năm có 8 đôi thỏ.

Ta có dãy số sau đây nêu lên số đôi thỏ từ tháng giêng đến cuối tháng năm:

$$1, 2, 3, 5, 8$$

Ta nhận thấy ngay rằng: mỗi số hạng trong dãy số đó bắt đầu từ số hạng thứ ba thì bằng tổng hai số hạng đứng liền trước nó: $3 = 1 + 2$; $5 = 2 + 3$; $8 = 3 + 5$. Điều đó có thể mở rộng như sau:

“Một cách tổng quát, ta có: $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$ với $n \geq 3$ ”.

Ta hãy giải thích điều này. Trước hết lấy một trường hợp riêng ví dụ u_5 . Qua sơ đồ ta thấy rằng số đôi thỏ của tháng thứ năm là $u_5 = 8$, nhiều hơn số đôi thỏ của tháng thứ tư $u_4 = 5$ là 3 đôi. Sở dĩ như vậy là vì vào đầu tháng năm có một

số đôi thỏ $u_3 = 3$ của tháng ba (3 đôi thỏ này bao gồm số đôi thỏ có thể đẻ vào 1 tháng sau và số đôi thỏ có thể đẻ vào 2 tháng sau, cho nên sau 2 tháng, đến đầu tháng năm, tất cả 3 đôi thỏ đều đẻ và đẻ ra 3 đôi thỏ con). Vậy $u_5 = u_3 + u_4$.

Một cách tổng quát, số đôi thỏ u_n của tháng thứ n nhiều hơn số đôi thỏ u_{n-1} của tháng $(n-1)$ là một số x đôi thỏ mới đẻ, số x này chính bằng số đôi thỏ u_{n-2} của tháng $(n-2)$ vì số đôi thỏ u_{n-2} của tháng $(n-2)$ bao gồm số đôi thỏ có thể đẻ vào 1 tháng sau và số đôi thỏ có thể đẻ vào 2 tháng sau, cho nên sau 2 tháng, đến đầu tháng n , thì tất cả số đôi thỏ u_{n-2} đều đẻ và đẻ ra u_{n-2} đôi thỏ con. Vậy $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$.

Tính lần lượt $u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}, u_{11}, u_{12}$, v.v... theo công thức đó ta được dãy số:

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 141, 233, \dots (+)$$

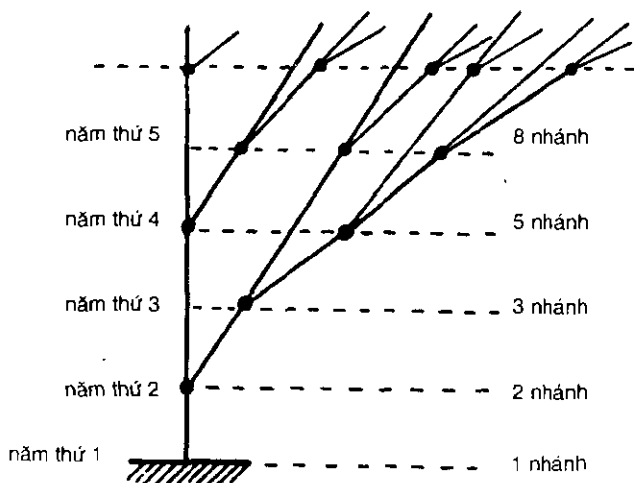
Ta tìm được $u_{12} = 233$, tức đến cuối năm có 233 đôi thỏ.

Nếu trước số hạng thứ nhất của dãy số $(+)$ ta thêm một số hạng nữa là 1 thì ta cũng không thay đổi quy luật tạo thành dãy số, tức là ta có: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,... với $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$.

Dãy số này gọi là dãy số *Fibonacci*.

QUY LUẬT SINH TRƯỞNG CỦA CÂY

Dãy số này có nhiều tính chất lí thú. Chẳng hạn ta lấy ví dụ sau đây về quy luật sinh trưởng của cây (H.13). Một cây đâm nhánh như sau: cây mọc lên được 1 năm thì bắt đầu đâm nhánh, sau đó cứ hai năm thân chính lại đâm ra 1 nhánh; quy



(H.13)

luật ấy của thân chính cũng ứng dụng cho mọi nhánh mọc ra, tức là mỗi nhánh sau khi mọc ra 1 năm thì đâm ra 1 nhánh con, và nhánh chính thì sau đó cứ 2 năm lại đâm ra 1 nhánh. Coi thân chính là 1 nhánh đặc biệt thì theo (H.13) ta thấy số nhánh trong từng năm chính là các số hạng của dãy số Fibônaxi: 1, 2, 3, 5, 8.

MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA DÃY SỐ FIBÔNAXI

1. Tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số Fibônaxi

Ta chứng minh rằng: $u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_{n+2} - 1$ (1)

Thật thế:

$$u_1 = u_3 - u_2$$

$$u_2 = u_4 - u_3$$

.....

$$u_{n-1} = u_{n+1} - u_n$$

$$u_n = u_{n+2} - u_{n+1}$$

Cộng từng vế ta được:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_{n+2} - u_2 = u_{n+2} - 1 \text{ (vì } u_2 = 1)$$

2. Tổng các số Fibônaxi ở vị trí lẻ (số hiệu lẻ)

Ta chứng minh rằng: $u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2n-1} = u_{2n}$ (2)

Thật thế:

$$u_1 = u_2$$

$$u_3 = u_4 - u_2$$

$$u_5 = u_6 - u_4$$

.....

$$u_{2n-1} = u_{2n} - u_{2n-2}$$

Chỉ cần cộng từng vế ta sẽ được kết quả trên.

3. Tổng các số Fibônaxi ở vị trí chẵn (số hiệu chẵn)

Ta chứng minh rằng: $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2n} = u_{2n+1} - 1$ (3)

Dựa vào (1) ta có: $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2n} = u_{2n+2} - 1$

Trừ từng vế đẳng thức (2) ta được:

$$u_2 + u_4 + \dots + u_{2n} = u_{2n+2} - 1 - u_{2n} = u_{2n+1} - 1.$$

4. Tổng các bình phương của n số Fibônaxi đầu tiên

Ta chứng minh rằng: $u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 = u_n u_{n+1}$ (4)

Để ý rằng: $u_k u_{k+1} - u_{k-1} u_k = u_k (u_{k+1} - u_{k-1}) = u_k^2$

Ta cộng từng vế các đẳng thức sau:

$$u_1^2 = u_1 u_2$$

$$u_2^2 = u_2 u_3 - u_1 u_2$$

$$u_3^2 = u_3 u_4 - u_2 u_3$$

.....

$$u_n^2 = u_n u_{n+1} - u_{n-1} u_n$$

ta sẽ được công thức (4).

Dùng phương pháp quy nạp toán học ta có thể chứng minh được nhiều công thức biểu thị sự liên hệ giữa các số Fibônaxi. Cần chú ý thêm là trong dãy số Fibônaxi $u_1 = 1$ và $u_2 = 1$, nên từ u_n và u_{n+1} tới u_{n+2} có công thức truy toán sau:

$$u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$$

Ngoài ra còn có một số “*dấu hiệu chia hết của các số Fibônaxi*” dựa vào số hiệu của chúng.

a) Số Fibônaxi là chẵn khi và chỉ khi số hiệu của nó chia hết cho 3 (chẳng hạn $u_3 = 2$, $u_6 = 8$, $u_9 = 34, \dots$).

b) Số Fibônaxi chia hết cho 3 khi và chỉ khi số hiệu của nó chia hết cho 4 (chẳng hạn $u_8 = 21$).

c) Số Fibônaxi chia hết cho 4 khi và chỉ khi số hiệu của nó chia hết cho 6 (chẳng hạn $u_6 = 8$, $u_{12} = 144$).

d) Số Fibônaxi chia hết cho 5 khi và chỉ khi số hiệu của nó chia hết cho 5 (chẳng hạn $u_5 = 5$, $u_{10} = 55$).

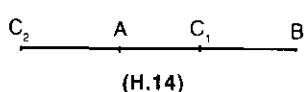
e) Số Fibônaxi chia hết cho 7 khi và chỉ khi số hiệu của nó chia hết cho 8 (chẳng hạn $u_8 = 21$).

Tuy nhiên có một điều thú vị là:

- không có số Fibônaxi nào khi chia cho 8 lại dư 4;
- không có số Fibônaxi với số hiệu lẻ nào lại chia hết cho 17.

PHÉP CHIA HOÀNG KIM

Ta hãy chia đoạn thẳng AB bằng đơn vị dài (H.14) thành hai phần sao cho độ dài phần lớn là trung bình nhân giữa độ dài phần nhỏ và độ dài cả đoạn thẳng.



Gọi x là độ dài phần lớn, độ dài phần nhỏ sẽ là $1 - x$, ta có tỉ lệ thức sau:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$$

Từ đó:

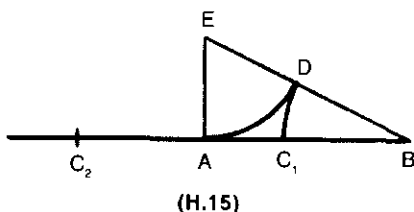
$$x^2 = 1 - x$$

Nghiệm dương của phương trình này là $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, vì theo tỉ

$$\text{lệ thức trên thì tỉ số: } \frac{1}{x} = \frac{2}{-1+\sqrt{5}} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{(-1+\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = k$$

Phép chia này (điểm C_1) gọi là phép chia theo trung tỉ và ngoại tỉ, còn được gọi là “*phép chia hoàng kim*”.

Cách dựng điểm C_1 không có gì khó. Giả sử $AB = 1$; từ A kẻ đường vuông góc với AB, trên đó lấy điểm E sao cho $AE = \frac{1}{2}$ (H.15). Ta

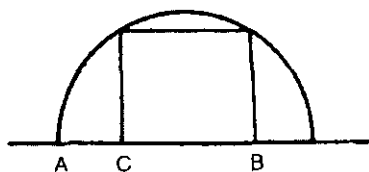


có: $EB = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Lấy E làm tâm ta vạch cung qua A cắt

EB tại D, ta được: $BD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lấy B làm tâm lại vạch cung qua D ta tìm được điểm C_1 .
Còn điểm C_2 ta dựng được dựa vào nhận xét $AC_2 = BC_1$.

Trong hình học ta cũng thường gặp phép chia hoàng kim. Chẳng hạn hình vuông nội tiếp trong nửa hình tròn (H.16). C là điểm chia đoạn AB theo phép chia hoàng kim.



(H.16)

Cạnh a_{10} của hình thập giác đều nội tiếp trong hình tròn bán kính R; như ta đã biết bằng: $a_{10} = 2R \sin \frac{360^\circ}{2 \cdot 10} = 2R \sin 18^\circ$

Ta tính $\sin 18^\circ$ dựa vào các công thức $\sin 36^\circ = 2 \sin 18^\circ \cos 18^\circ$ và $\cos 36^\circ = 1 - 2 \sin^2 18^\circ$. Ta có:

$$\sin 72^\circ = 4 \sin 18^\circ \cos 18^\circ (1 - 2 \sin^2 18^\circ) \quad (*)$$

Vì $\sin 72^\circ = \cos 18^\circ \neq 0$ nên từ (*) suy ra:

$$1 = 4 \sin 18^\circ (1 - 2 \sin^2 18^\circ)$$

Như thế $\sin 18^\circ$ là một nghiệm của phương trình

$$1 = 4x(1 - 2x^2) \text{ hay } 8x^3 - 4x + 1 = 0$$

Phương trình này có thể viết:

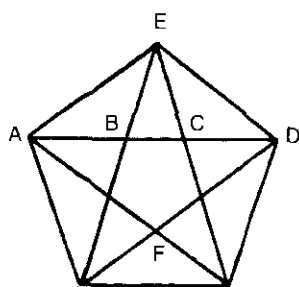
$$(2x - 1)(4x^2 + 2x - 1) = 0$$

mà nghiệm là:

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}, x_3 = \frac{-1-\sqrt{5}}{4}$$

Vì $\sin 18^\circ$ là số dương khác $\frac{1}{2}$ nên $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

Vậy: $a_{10} = 2R \frac{\sqrt{5}-1}{4} = R \frac{\sqrt{5}-1}{2}$



(H.17)

Nói cách khác a_{10} bằng đoạn lớn của bán kính hình tròn trong phép chia hoàng kim.

Ta xét một ngũ giác đều. Các đường chéo của nó tạo thành một ngũ giác sao (H.17)

Ta có: $\widehat{AFD} = 108^\circ$, $\widehat{ADF} = 36^\circ$.

Theo định lí hàm số sin thì:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{\sin 108^\circ}{\sin 36^\circ} = \frac{\sin 72^\circ}{\sin 36^\circ} = 2 \cos 36^\circ = 2 \frac{1+\sqrt{5}}{4} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Rõ ràng $AF = AC$ và ta được:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{AD}{AC} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Vậy điểm C chia đoạn AD theo phép chia hoàng kim.

Ta nhận xét thêm là theo phép chia hoàng kim thì:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Do $AB = CD$ nên ta có:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Vậy trong các đoạn thẳng BC, AB, AC, AD thì mỗi đoạn sau gấp $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ lần đoạn ngay trước nó.

FURIÊ

(JEAN BAPTISTE JOSEPH FOURIER)



Nói đến Furiê là nói đến *chuỗi số Furiê* có vai trò to lớn trong toán học cũng như trong vật lý toán.

Furiê sinh ngày 21-3-1768 ở Ô-xe-ro, là con của một người thợ may. Mồ côi bố mẹ từ năm 8 tuổi, Furiê được một cố đạo vùng Ô-xe-ro nuôi cho ăn học. Năm 12 tuổi Furiê đã viết được những thánh kinh tuyệt vời, được cha cố hết

súc khen ngợi. Và cũng vào tuổi này toán học đã chinh phục cậu bé và cậu ham học toán đến nỗi để có ánh sáng trong đêm cậu đã cần cù thu nhặt những mẩu nến ở bếp và làm việc thật khuya.

Tháng chạp năm 1789 ở tuổi 21, Furiê đã đến Pari để trình bày với Viện hàn lâm những nghiên cứu của mình về lời giải các phương trình số, đi sâu hơn những điều mà Lagrăng đã để lại, nghiên cứu này vẫn còn giá trị cho đến ngày nay.

Khi Napôléon khuyến khích việc mở trường thì thầy giáo

quá thiếu vì khá đông thầy giáo thấy trước đó tài năng không được chú trọng nên đã bỏ ra nước ngoài. Cuối cùng trường Sư phạm cao cấp được thành lập năm 1794 và Furiê đã thành giáo sư của trường. Một kỷ nguyên mới về dạy toán đã được bắt đầu ở Pháp.

Ông là một giáo sư toán xuất sắc ở trường Sư phạm cao cấp cũng như ở trường Bách khoa. Trong thời gian ở Gro-nô-blo, ông đã viết một tác phẩm bất hủ *“Lý thuyết giải tích về nhiệt”* đặt nền móng cho môn vật lý toán học.

Trong đại số, người ta bắt đầu nghiên cứu về vẽ đồ thị của những hàm số đại số đơn giản và thấy rằng những đường cong vẽ nên nếu được kéo dài thì không bị gãy bất ngờ. *“Định lý Furiê”* đã đưa ra một cách biểu diễn và khảo sát những đồ thị như vậy. Furiê cũng là nhà toán học lớn lần đầu tiên nghiên cứu các vấn đề toán học ở “biên giới” và sau đó phương pháp Furiê được áp dụng để giải nhiều bài toán ở biên.

Ông mất ngày 16-5-1850 vào tuổi 63. Ông thuộc về tầng lớp chọn lọc của các nhà toán học mà công trình lớn của họ đã đưa tên tuổi họ trở thành những tính từ trong ngôn ngữ của những dân tộc văn minh.

GALOA

(EVARISTE GALOIS)



NGÔI NHÀ Ở THÀNH PHỐ BUALAREN

Trong mấy giờ đồng hồ, trước khi vĩnh biệt cõi đời vào tuổi 20, nhà toán học trẻ người Pháp Êvarit Galoa đã giải quyết toàn vẹn vấn đề đã làm băn khoăn các nhà toán học trong hàng bao thế kỉ: *“Trong những điều kiện nào thì một phương trình có thể giải được?”* Công trình đã đưa ông lên địa vị các nhà toán học hàng đầu của thế giới.

Cách Pari thủ đô nước Pháp khoảng 10 km là thành phố Bualaren, nơi cậu bé Galoa cất tiếng chào đời vào ngày 26 tháng 10 năm 1811. Thành phố này đến nay vẫn sống thanh bình như vào đầu thế kỉ thứ 19. Dọc hai bên đường phố Lớn vẫn còn lại những ngôi nhà với những mái nhọn xưa kia. Nhà cửa, cầu cống vẫn là những cảnh vật cũ không có gì thay đổi lớn.

So với năm 1829 tòa thị chính của thành phố vẫn giữ được

về khiêm tốn xưa kể từ khi ở đó có gắn cái biển kỉ niệm mang dòng chữ: “Những người dân thành phố biết ơn ngài Nicôla Gabrien Galoa thị trưởng thành phố suốt 15 năm liên tục”. Ngoài ra ở thành phố Bualaren này lại có một đường phố mang tên bố của Êvarit Galoa.

Trước ngôi nhà số 54 của phố Lớn thành phố Bualaren có một tấm bảng kỉ niệm mang dòng chữ: “Ở đây là nơi sinh ra nhà toán học lỗi lạc người Pháp Êvarit Galoa, mất năm 20 tuổi, 1811 – 1832”. Tấm bảng này do một giáo sư toán học của trường Đại học Tổng hợp Pari, công dân của thành phố Bualaren, tặng vào ngày 13-6-1909. Tại buổi lễ gắn tấm bảng này có nhà toán học Pháp Đacbu, thư kí thường trực Viện Hàn lâm Khoa học Pháp, giáo sư trường Sư phạm cao cấp (trường Đại học nổi tiếng nhất của nước Pháp), nơi mà nhà toán học lớn Galoa không được vào học, chỉ vì bị vùi dập tài năng.

ĐỜI HỌC SINH CỦA GALOA VÀ NGƯỜI THẦY RISA

Bố Galoa là một trí thức, ham chuộng tự do và rất ghét phái bảo hoàng. Từ bé cho đến năm 11 tuổi, Galoa chỉ học ở nhà với mẹ. Bà mẹ giáo dục con rất dịu dàng, nhưng cũng rất nghiêm khắc, tính tình bà cương trực, thẳng thắn.

Tháng 10 năm 1823, vừa tròn 12 tuổi, Galoa rời khỏi tổ ấm gia đình và bắt đầu vào học trường trung học nổi tiếng Lu-i Đại đế. Trường này với nội dung và hình thức tổ chức của nó thời đó giống như một nhà tù, với các song sắt và các cửa luôn

luôn đóng chặt. Hầu hết học sinh ở đó đều là con em quý tộc, thuộc tầng lớp tư sản lớn trong xã hội Pháp.

Năm 1823, nước Pháp vẫn còn chịu ảnh hưởng của cuộc cách mạng 1789. Vẫn còn nhiều tổ chức kín, những hoạt động cách mạng, thỉnh thoảng lại có bạo động. Phong trào bên ngoài đó đã vang dội vào trường học và học sinh đã nhiều lần phản đối chế độ hà khắc của nhà trường. Để đối phó lại; người ta đuổi bất cứ ai có tư tưởng, hành động chống đối.

Sự đè nén áp bức, không khí đấu tranh ấy lần đầu tiên đã tác động đến tâm hồn non trẻ của Galoa. *Năm thứ hai ở trung học đã đánh dấu một bước ngoặt trong đời Galoa: thiên tài toán học đã nảy nở ở cậu bé.* Trước đó, chàng thiếu niên này đã từng được giải trong các kì thi chọn học sinh giỏi tiếng Hi Lạp, nhưng đến bây giờ thì chỉ mải mê với toán và chán học các môn khác. Vì thế cuối năm nhà trường bắt cậu ta phải ở lại lớp để tiếp tục học các bài La tinh, Hi Lạp chán ngấy, còn về toán thì cậu đã vượt xa các bạn cùng lớp.

Cuốn "Hình học" của Logiăngđơ là nội dung học trong hai năm cho những học sinh giỏi toán thì Galoa đã đọc một mạch từ đầu đến cuối chỉ trong vài ngày, nhẹ nhàng như xem tiểu thuyết. Cuốn này đã trình bày một cách chặt chẽ nội dung toán học của 8 cuốn sách của Oclit. Trong lòng cậu bé đã bùng lên một niềm hứng thú và phấn khởi, cậu bắt đầu không chú ý đến học bài ở trường nữa mà bắt đầu học những sách khó hơn của Lagrăng như "Phép giải phương trình số", "Lí thuyết về hàm giải tích", "Các bài giảng về lí thuyết hàm số". Bài toán đầu tiên trong số những bài toán mà Lagrăng đưa ra đã

dẫn Galoa đến việc áp dụng tư tưởng về nhóm. Những vấn đề này tất nhiên chưa nói lên được thiên tài đặc biệt của Galoa mà chỉ chứng tỏ khả năng tư duy sáng tạo của ông đã dẫn dắt ông sớm thấy được những vấn đề lớn của khoa học, không bị sa vào những điều nhỏ nhặt.

Năm 1827 trong những ngày học ở trường, khả năng phát hiện những vấn đề chung còn nhiều hơn khả năng toán học của ông. Ông vẫn rất thú vị đối với những môn học khác. Tiếc thay khi đó những môn học này được dạy cầu thả như môn đại số ở trường ông học. Tất cả là do sách giáo khoa soạn chưa tốt. Galoa rất khó chịu với những phương pháp của các thầy giáo, còn các thầy giáo thì không nhận ra được khả năng phát triển trí tuệ đặc biệt của học sinh.

Những tài liệu để lại trong thời gian này cho biết người ta đã nhận xét về ông như thế nào, chẳng hạn “Galoa không bao giờ chịu ngồi yên vì những câu hỏi về toán luôn luôn nảy ra trong đầu óc của Galoa”.

Cũng trong thời gian này ông đọc những công trình của Oler, Gaucho, Giacôbi và ông cảm thấy rằng mình có thể làm như họ. Do đó ông trở nên can đảm hơn. Cuối năm học ông không theo được một giờ học nào về chuyên đề toán mà phải tự mình chuẩn bị cho kì thi vào trường Bách khoa. Tiếc thay ông đã thi hỏng.

Mặc dù thi hỏng vào trường Bách khoa, nhưng đến tháng 10 năm 1828, lúc mới 17 tuổi, Galoa đã từ lớp toán sơ cấp chuyển sang học lớp toán đặc biệt của trường Trung học Lu-i Đại đế.

May mắn cho Galoa là lần đầu tiên được gặp một thầy giáo hiểu tài năng và tận tình giúp đỡ. Đó là *giáo sư Risa*. Ông này đã tận tâm giúp đỡ, giáo dục bao nhiêu học sinh của mình và hề nhận thấy một người nào có năng khiếu thì ông không quản ngại, quên cả mệt nhọc để giúp đỡ đến nơi đến chốn. Trong lịch sử khoa học của nước Pháp, Risa được coi là một giáo sư có tài. Trong số những học sinh của ông thi vào trường Bách khoa có Lor Veriê, nhà thiên văn và chủ nhiệm đầu tiên của khoa cơ học thiên thể của trường Đại học Xooçbon và nhà toán học nổi tiếng Heemit. Chính Heemit là người được giáo sư Risa tin cậy, sau này đã giao bản thảo công trình của Galoa mà nay được lưu trữ tại thư viện của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp.

Học sinh của giáo sư Risa rất khâm phục cách giảng dạy điệu kỳ của ông. Sự thành công trong lĩnh vực toán học và khoa học của nhiều học sinh của ông ở trường Bách khoa phần lớn do công lao đào tạo của ông. Risa nhận thấy ngay năng khiếu của Galoa và rất kiêu hãnh về những kết quả Galoa đạt được. Những lời giải các bài toán mà Galoa đưa ra bao giờ cũng làm cho giáo sư Risa hết sức thú vị và khâm phục. Ông luôn luôn coi Galoa là học sinh tài năng nhất trong đám học sinh của mình nên hết sức lắng nghe khi Galoa phát biểu trước bạn bè cùng lớp. Những tài liệu mà giáo sư Risa để lại giúp ta đánh giá thầy lẫn trò: “Người học trò này có năng khiếu đặc biệt về toán”, “Galoa chỉ chuyên nghiên cứu về những lĩnh vực cao cấp của toán học”, và “Galoa hơn hẳn tất cả những người bạn của mình”.

Chính giáo sư Risa là người đã giúp Galoa đăng những bài báo đầu tiên của mình và thuyết phục Galoa gửi thông báo công trình đến Viện Hàn lâm. Bài báo của Galoa đã được in trong số tháng ba của “Les annales de mathématiques”, tạp chí về toán đầu tiên của nước Pháp xuất bản năm 1818.

Ngày mồng 1 tháng 6 có cuộc họp của Viện Hàn lâm. Hai nhà toán học Poátxông và Côsi được trao nhiệm vụ xem xét công trình của Galoa gửi tới. Côsi đã không cho một kết luận nào! Ông ta đã để mất bản thảo của Galoa, thật là tai hại! Trước đây ông cũng đã từng để mất bản thảo của Abel. Điều đó mở đầu một chuỗi câu chuyện vô lí làm cho Galoa ác cảm với Viện Hàn lâm và bắt đầu oán ghét xã hội mình đang sống.

Kết thúc năm học, Galoa lại thi vào trường Bách khoa và một lần nữa lại thi hỏng, đó là năm 1829 khi ông 18 tuổi. Giáo sư Risa và các bạn của Galoa rất buồn, không ai nghi ngờ tài năng của Galoa, nhưng giải thích điều xảy ra như thế nào? Khi vào vấn đáp, Galoa và giám khảo đã thảo luận về một vấn đề toán. Giám khảo đã nhầm, Galoa bực mình về những câu hỏi và vì thất vọng, mất bình tĩnh; ông đã ném khăn lau bảng vào mặt giám khảo. Tất nhiên là ông hỏng thi và theo luật của trường Bách khoa lúc bấy giờ, ai đã thi hai lần không đỗ thì không được thi nữa.

Trong thời gian nằm ở nhà tù Xanh Pêlaghi; nhớ lại kì thi này, Galoa đã viết rằng ông đã phải nghe những lời diên rồ của bọn chấm thi. Điều này cho phép chúng ta nghĩ rằng có ai đó đã mỉa mai Galoa khi ông trình bày những quan điểm của

mình. Những người hỏi thi dốt nát đã cho Galoa bao nhiêu điểm để đánh hồng ông, thì không ai biết cả!

Nếu Galoa được vào trường Bách khoa này thì rõ ràng ông đã có điều kiện thuận lợi để làm việc yên tĩnh trong hai năm. Trong thời gian đó, những sinh viên trường Bách khoa đã có khả năng nghiên cứu những công trình khoa học. Hầu hết những người có năng lực này đã vì khoa học mà từ chối mọi địa vị, chức tước mà nhà nước dự định giành cho họ sau khi ra trường. Phải nói rằng những cựu sinh viên trường Bách khoa thời đó đã làm rạng rỡ tên tuổi trường này trên thế giới. Giờ đây tình hình này đã hoàn toàn thay đổi. Bọn tư sản mại bản đã cố sử dụng những cựu sinh viên của trường để phục vụ cho những mục đích không phải khoa học. Cho nên việc đào tạo những nhà toán học đã chuyển sang các trường đại học khác.

Năm 1820, một tai họa lại đến với Galoa: đó là cái chết đau đớn của bố ông. Bố Galoa là một người thẳng thắn, cương trực. Do một sự áp bức của bọn cầm quyền, ông uất ức và tự sát. Galoa đã chứng kiến cái cảnh quan tài của bố hạ huyệt trong sự thương xót và bất bình của quần chúng xung quanh, ông càng thấy xã hội là bất công và xấu xa.

GALOA THAM GIA CÁCH MẠNG

Tháng 2 năm 1830, lúc 19 tuổi, Galoa được nhận vào trường đại học. Trong năm đó, ông đã hoàn thành một công trình về phương trình đại số và gửi lên Viện Hàn lâm để dự một kì thi dành riêng cho các nhà toán học. Thư kí của Viện mang bản

thảo về nhà xem, nhưng chưa kịp xem thì bị chết. Về sau người ta không tìm thấy dấu vết của bản thảo đó nữa.

Sẵn có ác cảm với xã hội bất công và bản thân mình sau nhiều lần bị vùi dập, tư tưởng của Galoa đã có chuyển hướng quyết định. “Không thể là một sự tình cờ. Xã hội này – theo Galoa – đã kìm hãm khả năng của con người”. Và Galoa đã tích cực tham gia vào các tổ chức chính trị của nhóm Cộng hòa.

Galoa vận động các bạn học tham gia phong trào cách mạng. Có đêm Galoa đã bỏ trường trốn ra ngoài để hoạt động. Và tất nhiên, Galoa bị đuổi. Cùng cực, Galoa phải mở lớp dạy tư để kiếm ăn. Một thanh niên 19 tuổi mở lớp dạy từ một số lý thuyết do mình sáng tạo ra: thuyết về số ảo, thuyết về nghiên cứu phương trình theo căn thức, v.v... Cũng rất dễ hiểu là lớp này không có người học! Galoa đành phải xin vào pháo binh để có cơm ăn!

Sau đó, được Poátxông, nhà toán học nổi tiếng lúc bấy giờ giúp đỡ, Galoa lại viết và gửi tiếp lên Viện Hàn lâm một công trình về cách giải tổng quát các phương trình, mà ngày nay gọi là *thuyết Galoa*. Poátxông nhận trình bày công trình của Galoa trước Viện Hàn lâm. Nhưng do không nghiên cứu kỹ tài liệu viết quá cô đặc của Galoa, Poátxông đã trình bày sơ lược và kết luận: “tài liệu khó hiểu...”

Hi vọng cuối cùng thế là hết! Có lúc Galoa đã thốt lên: “Nếu cần làm cho nhân dân nổi loạn thì tôi sẵn sàng hiến bản thân tôi”.

Tháng 5 năm 1831, gần 200 thanh niên Cộng hòa đã họp để

phản đối một đạo luật của chính phủ. Người ta nâng cốc chúc mừng cách mạng 1789. Trong bầu không khí căng thẳng, Galoa đứng dậy, một tay nâng cốc rượu, một tay cầm dao găm và hô to: “Mừng vua Lui Philip này!” Thái độ của Galoa được hoan nghênh nhiệt liệt và mọi người đổ ra đường biểu tình. Ngay sau đó Galoa bị bắt và bị giam tại nhà lao Xanh Pelaghi từ ngày 14 tháng 6 năm 1831 đến 16 tháng 3 năm 1832.

Chế độ hà khắc của nhà tù chỉ mới mấy tháng đã làm cho Galoa già đi nhiều (theo lời kể của người chị Galoa).

NHỮNG GIỜ PHÚT CUỐI CÙNG CỦA GALOA

Sau khi Galoa được thả, không ai biết thật rõ những sự việc gì đã xảy ra. Người ta chỉ đoán qua ba bức thư mà Galoa để lại. Trong “Thư gửi tất cả những người cách mạng” đề ngày 29-5-1832, Galoa viết: “Tôi mong rằng các bạn đừng trách tôi đã không chết vì Tổ quốc... Tôi bị hai kẻ thù địch khiêu khích, tôi đã nhận đầu kiếm với chúng, vì danh dự không cho phép tôi bàn trước điều đó với các bạn... Vĩnh biệt các bạn! Tôi vẫn rất muốn sống vì lợi ích chung của chúng ta”.

Đó là những lời cuối cùng của Galoa. Biết mình sắp chết, Galoa đã thức suốt đêm để viết những công trình nghiên cứu của mình. Thỉnh thoảng Galoa lại ngừng lại và viết vội vàng, run run bên lề trang giấy: “Tôi không có thì giờ, không có thì giờ nữa...”

Những trang giấy mà Galoa viết lúc rạng đông, trong khoảng mấy giờ đồng hồ tuyệt vọng, đã đưa Galoa lên địa vị

các nhà toán học lỗi lạc hàng đầu của thế giới. Ông đã giải quyết trọn vẹn vấn đề đã làm băn khoăn các nhà toán học trong hàng bao thế kỉ: *“Trong những điều kiện nào thì một phương trình có thể giải được?”* Trong công trình này ông đã vận dụng tài tình *lí thuyết nhóm* và vì thế ngày nay người ta xem Galoa như là người tiên phong trong lí thuyết đó, một lí thuyết đã chiếm một địa vị đặc biệt quan trọng trong toán học hiện đại và vật lí hiện đại.

Galoa đã giao công trình trên đây cho một người bạn thân là Sovaliê cùng một số bản thảo nữa, nhờ ông trình cho Viện Hàn lâm. Galoa viết: *“Anh gửi hộ những công trình này cho Giacôbi hay Gaucho và yêu cầu các ông ấy cho biết ý kiến - không phải là việc tôi làm đúng hay sai - mà về tầm quan trọng của nó đối với toán học”*.

Mở sáng 30-5-1832, Galoa gặp kẻ thù. Hai người dùng súng lục cách nhau chỉ vài mét; một viên đạn trúng vào bụng Galoa, ông ngã xuống. Một vài giờ sau, một người dân địa phương đi qua thấy vậy đã đưa ông vào bệnh viện Côsanh. Trong giây phút cuối cùng Galoa đã nói với người anh ruột mình: *“Anh đừng khóc, em cần tỏ lòng dũng cảm của mình để có thể chết vào tuổi hai mươi”*.

Galoa đã từ chối linh mục đến cầu kinh và 10 giờ sáng ngày 31-5-1832 Galoa đã vĩnh biệt cõi đời. *Nhưng 60 trang giấy mà ông để lại trong đêm cuối cùng mãi mãi là một đài kỉ niệm bất tử của một thiên tài trẻ*, mà cuộc đời ngắn ngủi là một bản cáo trạng chế độ xã hội cũ đã vùi dập tài năng của con người.

GAUXO

(CARL FRIEDRICH GAUSS)



Chúng ta đã từng nghe câu chuyện về chú bé Gauxo giỏi toán từ đầu cấp một, đã tìm ra ngay đáp số của bài tính tổng $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$ khi thầy giáo vừa ra xong cho cả lớp.

Gauxo, người được mệnh danh là “vua toán học” sinh ngày 30 tháng 4 năm 1777 tại Brausovây nước Đức trong một gia đình người sửa ống nước kiêm nghề làm vườn. Năng khiếu toán học của ông bộc lộ rất rõ rệt ngay từ khi còn nhỏ.

Ông học trường Đại học Tổng hợp Gottinhghen từ 1795 đến 1798 và bảo vệ luận án tiến sĩ toán năm 1799, trong đó lần đầu tiên ông đã chứng minh định lý cơ bản của đại số. Trước khi học xong đại học ông đã chuẩn bị tác phẩm “*Nghiên cứu số học*” (được in năm 1801) trong đó đã có những chứng minh rất thông minh và những phát minh rất sáng tạo.

Năm 1807 ông phụ trách khoa toán và thiên văn của trường

Đại học Gottin ghen và là Giám đốc đài thiên văn Gottin ghen. Gauxo là người đã kết hợp tài tình việc nghiên cứu toán học lí thuyết và toán học ứng dụng và đã có những ảnh hưởng rất to lớn trong sự phát triển đại số cao cấp, lí thuyết số, hình học vi phân, lí thuyết về sự hấp dẫn, lí thuyết về điện học và từ học, trắc địa học, thiên văn học.

KHẢ NĂNG KÌ LẠ VỀ TÍNH NHẦM

Từ nhỏ Gauxo đã biểu hiện một khả năng kì lạ về tính nhầm. Khi vừa học nói, chú bé luôn luôn đặt câu hỏi với những người xung quanh. Cầm cuốn sách trong tay bé hỏi mẹ cái gì đây, để làm gì. Khi được mẹ trả lời là chữ để học thì bé yêu cầu ngay mẹ dạy bé học. Bà mẹ đã dỗ con là phải đợi ít nữa mẹ sẽ dẫn vào trường để học chữ, học đọc, học viết.

Nhưng Gauxo không chịu đợi. Bằng cách hỏi dần dần, chú bé học thuộc lòng những chữ cái và chẳng cần người lớn giúp, bé tự học đọc.

Người ta còn kể một câu chuyện khá lí thú. Bố Gauxo thường nhận thầu công việc để cải thiện đời sống. Ông thường thanh toán tiền nong vào chiều thứ bảy. Một lần ông vừa đọc xong bảng thanh toán thì từ phía giường có tiếng của Gauxo lên 3 tuổi:

- Bố tính sai rồi, phải như thế này mới đúng...

Mọi người mỉm cười còn chú bé thì nhứ mày suy nghĩ và sau đó nói kết quả là bao nhiêu. Mọi người xung quanh vẫn cười chế giễu, nhưng Gauxo vẫn không chịu thua. Khi người

bố tính lại từ đầu thì tất cả đều ngạc nhiên vì chú bé Gauxo đúng. Những người láng giềng kháo nhau về việc này.

Chú bé mỗi ngày một lớn, dày dặn lên, chú đọc sách và tập suy nghĩ. Về sau, khi vừa mới trở thành sinh viên đại học, Gauxo đã không hề sợ hãi lao vào những vấn đề chưa được giải quyết như một nhà toán học già dặn.

MẤU CHUYỆN VỀ CHÚ BÉ LÊN 7

Lên 7 tuổi Gauxo đến trường. Thầy giáo Biutnhe luôn cầm trong tay chiếc roi ngựa để “nhảy múa” trên lưng những học sinh lười biếng, đôi khi nó cũng được tặng cho cả Gauxo vì lúc đầu chú bé không có gì phân biệt với các học sinh khác.

Nhưng tình hình đã thay đổi hẳn khi bắt đầu học số học. Ngay từ giờ đầu tiên Gauxo đã vượt hẳn lên, trước con mắt của người thầy giáo nghiêm khắc. Một lần thầy giáo cho tìm tổng của tất cả các số tự nhiên từ 1 đến 100. Khi thầy giáo vừa đọc vừa phân tích xong đầu bài thì đã nghe giọng Gauxo:

- Em giải xong rồi.

Thầy giáo dạo quanh các bàn, không hề để ý đến chú bé và nhắc:

- Chắc em sai rồi đó, không thể giải nhanh bài toán khó này đâu.

- Thưa thầy em giải rất đúng.

Thầy giáo đập đập chiếc roi một cách đe dọa:

- Nào thử xem có đúng không, nếu sai thì phải đòn đấy!

Nhưng thầy giáo hết sức ngạc nhiên khi kiểm tra thấy Gauxơ giải bài toán một cách hoàn toàn đúng mà cách giải lại hết sức độc đáo. Thầy bèn yêu cầu chú bé giải thích cho cả lớp nghe về cách giải độc đáo này.

Gauxơ đã trình bày:

- Em nhận thấy ở dãy tính cộng này tổng của hai số của từng cặp số đúng cách đều phía đầu và phía cuối đều bằng nhau và em cộng từng cặp:

$$100 + 1, 99 + 2, 98 + 3, \dots, 50 + 51$$

Mỗi tổng đều bằng 101, mà có 50 tổng như vậy nên kết quả là:

$$101 \cdot 50 = 5050.$$

DỰNG ĐA GIÁC ĐỀU NỘI TIẾP TRONG ĐƯỜNG TRÒN

Người cổ Hi Lạp có bài toán: *chia đường tròn thành những phần bằng nhau*, hay nói cách khác là *dựng đa giác đều nội tiếp trong đường tròn*. Họ đã tìm được công thức tính số cạnh của những đa giác ấy và cho rằng họ đã xét mọi khả năng, mọi trường hợp. Hàng trăm năm đã trôi qua và mọi nhà toán học đều công nhận là đúng.

Nhưng vào tháng 7 năm 1796, có một số “Báo văn học” được xuất bản ở Rên. Ít ai chú ý đến bài “Phát minh mới” dưới kí tên Gauxơ, sinh viên trường Đại học Tổng hợp Gottinhghen ở Brausovây. Chàng sinh viên 19 tuổi đã viết:

“Mọi nhà hình học đều biết rằng có thể dùng thước và compa

để dựng các đa giác đều như tam giác đều, ngũ giác đều, đa giác đều 15 cạnh và các đa giác đều có số cạnh gấp đôi chúng. Điều đó người ta đã biết từ thời Oclit và hình như từ ấy mọi người đều cho rằng lĩnh vực hình học sơ cấp không thể mở rộng thêm. Ít nhất là tôi chưa biết một sự thành công nào trong việc mở rộng về hướng này. Do đó tôi cho rằng đáng chú ý đến phát minh: ngoài những đa giác đều trên, có thể bằng thước và compa dựng nhiều đa giác đều khác, ví dụ đa giác đều 17 cạnh. Phát minh đó thực ra chỉ là hệ quả của một lý thuyết lớn chưa được kết thúc hoàn toàn. Sau khi lý thuyết ấy được kết thúc nó sẽ được giới thiệu với bạn đọc”.

5 năm sau, người thanh niên 24 tuổi này đã cho xuất bản tác phẩm cơ sở “Những nghiên cứu số học” mà chương cuối bây giờ là lý thuyết hoàn chỉnh về chia đường tròn. Gauxor rất tâm đắc với tác phẩm yêu quý nhất này của mình. Theo ý muốn của ông, trên tấm bia kỉ niệm ở ngôi mộ của nhà toán học vĩ đại này có khắc một đa giác đều 17 cạnh nội tiếp trong đường tròn.

Gauxor đã tìm ra công thức $n = 2^{2^k} + 1$ với n là số nguyên tố để dựng được bằng thước và compa những đa giác đều n cạnh. Ông lại giải được phương trình $x^{17} - 1 = 0$, từ đó đưa ra cách dựng đa giác đều 17 cạnh bằng thước và compa. Đặc biệt những công trình này được trình bày khi mới 19 tuổi đời. Ông còn miệt mài tính toán và lập những bảng số nguyên tố, bảng các số thập phân suy từ dạng $\frac{1}{p}$ với $p = 1$ đến $p = 1000$.

GAUXO, NHÀ THIÊN VĂN BIỆT TÀI

Gauxo có biệt tài về tính nhẩm và luôn chú ý cải tiến kỹ thuật tính toán. Nhờ đó ông đã phát hiện ra một hành tinh mới.

Trong đêm đầu năm 1801, nhà thiên văn người Italia Piaksi đã tìm thấy một hành tinh nhỏ giữa quỹ đạo của sao Hỏa và sao Mộc. Ông ta gọi hành tinh ấy là Xêrêra để kỷ niệm Nữ thần Nông nghiệp và No ấm. Các nhà thiên văn học say sưa theo dõi chuyển động của hành tinh này trong hệ thống mặt trời.

Sau đó ít lâu, Xêrêra tiến đến gần Mặt trời và bị những tia sáng chói chang của Mặt trời che lấp rồi biến mất, hình như các hành tinh lớn như sao Hỏa, sao Mộc đã đuổi nó đi mất.

Lúc bấy giờ Gauxo bắt tay nghiên cứu vấn đề này qua tất cả tài liệu quan sát của Piaksi đối với hành tinh Xêrêra. Ông thấy rằng chỉ cần 3 lần quan sát chính xác là hoàn toàn có thể tính toán một quỹ đạo bất kỳ nào. Gauxo đã tính đường đi của sao Xêrêra và chỉ cho các nhà thiên văn vị trí chính xác của nó. Hành tinh nhỏ bé này lại được tìm ra, khi các nhà thiên văn hướng ống kính vào đó.

Sau công trình thiên văn kiệt xuất này, Gauxo bắt đầu được xem như một nhà toán học vĩ đại của thế giới.

Về sau, vào năm 1802 nhà thiên văn Đức Ônbec, bạn thân của Gauxo, tìm thêm một hành tinh nhỏ nữa là Palada. Ngày nay các thiên thể nhỏ này đã được tìm đến hàng nghìn. Theo sự

tính toán của các nhà thiên văn, trong hệ thống mặt trời có đến khoảng 50.000 thiên thể nhỏ như vậy. Quỹ đạo của sao Palada cũng do Gauxơ tính ra theo phương pháp 3 lần quan sát.

Gauxơ đã hiến cho thiên văn học 20 năm trong đời mình. Đồng thời ông cũng giải quyết nhiều vấn đề toán học thuần túy nảy ra khi ông tính toán và nghiên cứu thiên văn.

GAUXƠ, NHÀ TRẮC ĐỊA HỌC

Gauxơ còn là nhà trắc địa học. Nhà vua ở Hanôvrơ cần có một bản đồ tỉ mỉ về đất đai của mình và giao cho ông lãnh đạo nhóm địa chất để làm việc này. Nhờ khả năng tư duy khoa học và trí thông minh tuyệt vời, Gauxơ đã tốn nhiều thời gian để đưa lại cho khoa học những thành quả kì diệu.

Ông đã sáng tạo ra môn “Trắc địa học cao cấp”. Ông đã xây dựng lí thuyết các bề mặt, vượt trước sự phát triển của toán học hàng trăm năm. Đồng thời ông lại sáng tạo ra nhiều phương pháp mà về sau được các nhà toán học ứng dụng rộng rãi.

Ông cũng đã xây dựng ngành điện tín điện tử, nghiên cứu hiện tượng nhiễm từ của Quả đất và đã xuất bản hai công trình quan trọng: *“Lí thuyết thế năng”* và *“Lí thuyết tổng quát về nhiễm từ của Quả đất”*. Ông nghiên cứu những vấn đề cơ bản của cơ học và sau đó đã xuất hiện *“nguyên lí Gauxơ”*, hay như ông thường gọi *“nguyên lí tác dụng tối thiểu”*. Nguyên lí này minh họa một trong những quy luật cơ bản về sự chuyển động của hệ thống các vật thể.

Gauxo cũng là người đề tâm nghiên cứu về hình học phi Oclit và lí thuyết về hàm số eliptic.

MỘT THIÊN TÀI BẨM SINH

Gauxo là biểu hiện của một thiên tài bẩm sinh. Như ông thường nói: “Tôi đã học tính trước khi học nói”. Suốt cả cuộc đời, ông đã sáng tạo không ngừng. Ông đưa mắt về đâu là phát hiện thấy ở đấy những điều mà trước đó người ta không nhìn thấy. Khi chú ý đến vấn đề nào ông cũng luôn biết rút ra từ đó những kết luận mới mẻ và quan trọng. Người ta không lầm khi gọi Gauxo, ngay cả hồi ông còn sống, là nhà toán học bậc nhất thế giới hay là “*vua toán học*”.

Ông mất ngày 23 tháng 2 năm 1855.

HAMINTON

(WILLIAM ROWAN HAMILTON)

Haminton là nhà bác học lớn của Ailen. Gia đình ông sống ở thành phố Dubolin. Ông là con út của gia đình và sinh ngày 3-8-1805 ở Dubolin. Bố ông là một tín đồ “ăn giỏi và nói giỏi” thích rượu chè, còn mẹ ông là đồng dãi một gia đình nổi tiếng là thông minh. Do đó mà ông đã có một “bộ óc cực kỳ sáng suốt”.

Thật ra bố mẹ ông ảnh hưởng ít đến thời niên thiếu của ông vì lên 12 tuổi thì ông mồ côi mẹ và hai năm sau lại mồ côi cha. Lên 3 tuổi, cậu bé Haminton đã đọc thông thạo tiếng Anh, và học số học tốt, lên 4 thì thông địa lý, lên 5 thì đã dịch và đọc được tiếng La tinh, tiếng Hy Lạp, lên 8 thì biết thêm tiếng Ý và tiếng Pháp.

Năm 13 tuổi, Haminton trung bình mỗi năm biết thêm một thứ tiếng. Năm 14 tuổi, cậu bé đã viết một bản chào mừng đại sứ Ba Tư (bằng tiếng Ba Tư) đến thăm Dubolin trước sự ngạc nhiên của ông này. Năm 17 tuổi, Haminton đã thông thạo phép tính tích phân và thiên văn học và có thể tính được nhật thực, nguyệt thực.

Điều lạ lùng là trước khi vào đại học, Haminton không hề theo học một trường nào mà do người chú dạy và tự học. Ông đã đỗ đầu vào trường đại học ở Dubolin, nhưng trước đó ông đã có một phát minh nổi tiếng về quang học, nên người ta cho rằng có một Niuton mới ở Ailen. Mọi giải nhất và phần thưởng về toán và các môn học đều dành cho Haminton, nhưng điều quan trọng là ông đã hoàn thành phần đầu của một công trình về “hệ thống các tia” mà khi trình bày lên Viện Hàn lâm Hoàng gia của Ailen, tiến sĩ Brinklây đã nhận xét: “Tôi sẽ không nói rằng người thanh niên này sẽ; mà tôi nói anh ta là; nhà toán học hàng đầu của thời đại anh ta”.

Trong công trình nổi tiếng “*Hệ thống các tia*” ông đã khai thác mọi điều hay của toán học hiện đại, thay các chữ số bằng những hàm số, thay các biểu đồ bằng những công thức, tức là ông đã xây dựng một lý thuyết đại số của hệ trên hay là một áp dụng của đại số vào quang học.

Haminton đã là chủ tịch Viện Hàn lâm Hoàng gia Ailen vào tuổi 32 và năm 38 tuổi được Chính phủ Anh cấp cho một phụ cấp hưởng suốt đời. Phần thưởng lớn nhất là khi sắp mất, Haminton được bầu là viện sĩ nước ngoài của Viện Hàn lâm Khoa học Hoa Kỳ do sự khám phá ra lý thuyết “qua-tec-nông”, một phương pháp và một quan điểm sáng tạo có tác dụng lớn trong việc nghiên cứu đại số các số phức.

Ông mất ngày 2-9-1865 thọ 61 tuổi, để lại một đồng bản thảo viết tay về toán.

HÊRÔNG

(HÉRON)

Nhà toán học cổ Hi Lạp Hêrông sinh vào khoảng năm 60 sau Công nguyên. Ông là người chú trọng nhiều đến toán ứng dụng, nhất là hình học và cơ học ứng dụng. Trong các tác phẩm của ông, ông đã mô tả cách làm và cách sử dụng những dụng cụ đo đạc như đồng hồ nước, máy chạy bằng khí nén áp lực, máy tự động, thiết bị quân sự, máy nâng v.v... Ngoài ra ông còn viết thuyết minh về các tác phẩm của Oclit và viết công trình về các định nghĩa.

CÔNG THỨC HÊRÔNG

Hêrông đã viết cuốn “*Hình học*” trình bày kiến thức cùng với bài tập và các ứng dụng thực tiễn một cách rõ ràng và dễ hiểu. Trước tiên ông trình bày mười ví dụ về tính diện tích hình vuông, rồi bốn ví dụ về diện tích hình chữ nhật, mười bốn ví dụ về bài toán thuộc tam giác vuông (xác định cạnh huyền và diện tích) v.v...

Ông đã nêu ra công thức tính diện tích của tam giác biết ba cạnh mà ta gọi là “*công thức Hêrông*”. Ông viết:

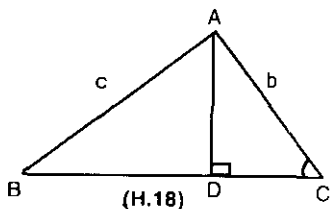
“Bạn có thể đo tam giác như sau: Giả sử tam giác có một cạnh dài 13 đơn vị độ dài, hai cạnh kia là 14 và 15. Muốn tìm diện tích của nó thì trước tiên cộng ba số 13, 14 và 15 được 42. Lấy một nửa tổng được 21, đem 21 trừ đi lần lượt ba cạnh; trước hết lấy 21 trừ đi 13 được 8, rồi lấy 21 trừ đi 14 được 7 và cuối cùng lấy 21 trừ đi 15 được 6. Bây giờ nhân chúng với nhau: 21 nhân 8 được 168, nhân 168 với 7 được 1176, nhân 1176 với 6 được 7056. Từ đó lấy căn bậc hai của số 7056 được 84. Đó là diện tích tam giác”.

Ông đã chứng minh công thức:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2} \quad (1)$$

bằng hai phương pháp:

• Phương pháp thứ nhất.



Dựa vào định lý Pitago. Xét tam giác ABC có các cạnh a, b, c và góc C nhọn ta có (H.18):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot CD$$

$$\text{do đó: } CD = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}$$

Xét tam giác vuông ADC ta có: $AD^2 = b^2 - CD^2$,

$$\text{mà } dt_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot AD$$

$$\text{Do đó: } S = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} \right)^2}$$

$$\text{hay } S = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 \left[b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a} \right)^2 \right]} \quad (2)$$

Nếu biến đổi công thức (2) bằng cách thay $s = \frac{a+b+c}{2}$ thì sẽ được công thức (1).

• Phương pháp thứ hai

Trong tam giác ABC vẽ đường tròn nội tiếp. Gọi D, E, F là các tiếp điểm (H.19). Nối O với các điểm A, B, C, D, E, F ta có:

$$BC \cdot OD = 2dt \triangle BOC$$

$$CA \cdot OE = 2dt \triangle AOC$$

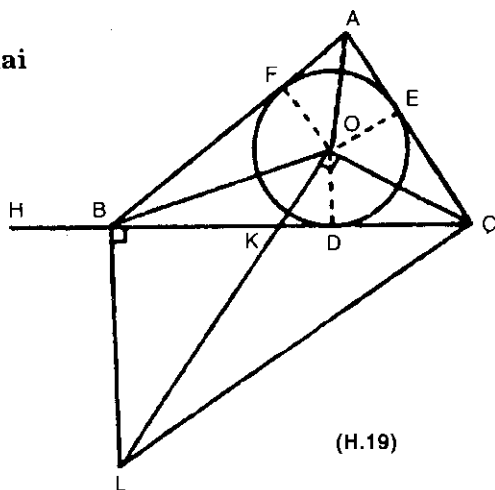
$$AB \cdot OF = 2dt \triangle AOB$$

Cộng từng về các đẳng thức trên ta được $s \cdot OD = S$, trong đó s là nửa chu vi và S là diện tích tam giác ABC.

Kéo dài CB lấy BH = AF. Từ AE = AF, BF = BD, CE = CD, suy ra: CH = s, do đó: CH · OD = S hay $S^2 = CH^2 \cdot OD^2$.

Vẽ OL vuông góc với OC cắt BC tại K; qua B dựng BL vuông góc với BC, cắt OL tại L. Do hai tam giác COL và CBL đều vuông nên bốn điểm C, O, B, L cùng nằm trên một đường tròn. Ta có:

$\widehat{COB} + \widehat{CLB} = 180^\circ$, mà $\widehat{COB} + \widehat{AOF} = 180^\circ$ (bằng nửa góc đầy ở tâm). Suy ra: $\widehat{AOF} = \widehat{CLB}$.



(H.19)

Vậy: $\triangle AOF \sim \triangle CLB$ nên: $\frac{BC}{BL} = \frac{AF}{FO} = \frac{BH}{OD}$

$\triangle BKL \sim \triangle DKO$ nên: $\frac{CB}{BH} = \frac{BL}{OD} = \frac{BK}{DK}$

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức ta có: $\frac{CH}{HB} = \frac{BD}{DK}$

Nhân các số hạng của tỉ số thứ nhất với CH, của tỉ số thứ hai với DK:

$$\frac{CH^2}{CH \cdot HB} = \frac{BD \cdot DK}{DK \cdot DK} = \frac{BD \cdot DK}{OD^2}, \text{ hay } \frac{CH^2}{CH \cdot HB} = \frac{BD \cdot DK}{OD^2}.$$

Do đó: $CH^2 \cdot OD^2 = CH \cdot HB \cdot BD \cdot DK = s(s-a)(s-b)(s-c)$

Nhưng $S^2 = CH^2 \cdot OD^2$, vậy $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Trước Hêrông, Acsimet cũng đã tìm ra công thức này dưới một dạng khác, nhưng chính Hêrông là người có công chứng minh nó và áp dụng rộng rãi trong việc giải các bài toán.

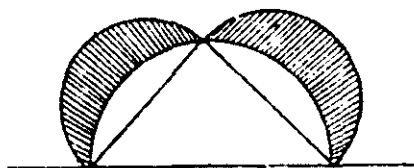
HIPÔCRAT

(HIPPOCRATE)

Nhà hình học cổ Hi Lạp Hipôcrat sống vào khoảng nửa sau thế kỉ thứ 5 trước Công nguyên. Ông là tác giả của công trình có hệ thống đầu tiên về hình học mà sau này trở thành tư liệu cho bốn cuốn hình học phẳng của tập “*Cơ bản*” của Occlit.

VẤN ĐỀ CẦU PHƯƠNG HÌNH VÀNH TRẮNG KHUYẾT

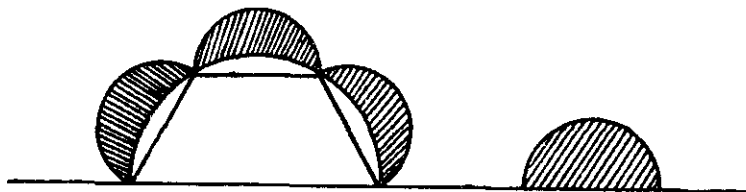
Vấn đề cầu phương hình tròn đã được các nhà toán học quan tâm từ cuối thế kỉ thứ năm và được nhanh chóng lan truyền. Bản thân Hipôcrat cũng đề cập đến. Ông đã xét một tam giác vuông cân và chứng minh rằng tổng diện tích của hai hình vành trắng khuyết tạo bởi ba nửa hình tròn có đường kính là cạnh huyền và hai cạnh góc vuông của tam giác bằng diện tích của tam giác vuông đó (H.20)



(H.20)

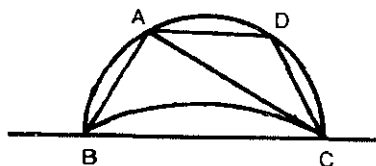
Đó là cách *cầu phương* hai hình vành trắng khuyết ứng với một trong ba vấn đề cầu phương mà Hipôcrat nghiên cứu. Vấn đề thứ hai

là ông xét một hình thang cân với bốn nửa đường tròn như ở (H. 21) và đã chứng minh rằng tổng diện tích nửa hình tròn vẽ trên một cạnh của lục giác và ba hình vành trăng khuyết bằng diện tích của hình thang cân.



(H.21)

Như vậy nếu có thể cầu phương ba hình vành trăng khuyết thì cũng có thể cầu phương nửa hình tròn rồi hình tròn. Điều đó đã khiến Hipôcrat nghiên cứu cầu phương hình vành trăng khuyết.



(H.22)

Hipôcrat đã nêu ra *khái niệm về tỉ lệ*: bốn đại lượng tỉ lệ với nhau nếu đại lượng thứ nhất so với đại lượng thứ hai bằng đại lượng thứ ba so với đại lượng thứ tư. Nhưng Hipôcrat chỉ mới

nói đến tỉ số hữu tỉ (do chưa biết đến tỉ số vô tỉ). Dựa vào (H.22) Hipôcrat đã đưa ra một số mệnh đề như sau:

1. Bình phương cạnh AC của tam giác ADC đối diện với góc tù D lớn hơn tổng bình phương các cạnh kia.

2. Nếu bình phương một cạnh nhỏ hơn tổng bình phương hai cạnh kia thì góc đối diện là góc nhọn.

3. Nếu góc nội tiếp trong viên phân là nhọn thì viên phân đó lớn hơn nửa hình tròn.

Rõ ràng ông đã biết rất rõ khái niệm “cung chứa góc” và tất cả các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau; góc nội tiếp nhỏ chắn cung nhỏ.

Ngoài ra ông còn nêu lên *tính chất của lục giác đều*, chẳng hạn bình phương đường chéo lục giác đều gấp ba bình phương cạnh, hoặc cạnh lục giác đều nội tiếp bằng bán kính đường tròn.

Ông biết rất rõ *khái niệm về đồng dạng*, chẳng hạn ông đã viết: tỉ số diện tích hai hình đồng dạng bằng bình phương tỉ số hai đường tương ứng. Ông đã mở rộng định lí Pitago cho tam giác có góc tù và tam giác có ba góc nhọn.

Rõ ràng toán học ở giai đoạn Hipôcrat đã được phát triển và nhiều định lí đã được chứng minh chặt chẽ.

Cũng cần nêu thêm sự quan tâm của Hipôcrat đến vấn đề “*gấp đôi hình lập phương*”, tức là bài toán cho trước một hình lập phương, hãy dựng một hình lập phương khác sao cho tỉ số thể tích của chúng bằng một tỉ số xác định, chẳng hạn 1 : 2.

Ông là người đầu tiên nêu lên nhận xét rằng bài toán giải được nếu giữa hai đoạn thẳng a và b có một tỉ số cho trước ta có được hai số tỉ lệ trung bình x và y mà

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b} \quad (*)$$

Nếu (*) được thỏa mãn thì tỉ số giữa a^3 và x^3 bằng tỉ số giữa a và b.

KUMME

(ERNEST EDOUARD KUMMER)

Nhà toán học Gaucho đã nhận định rằng *môn số học hiện đại đã bắt đầu với Kumme*.

Kumme sinh ngày 29-1-1810 và mất ngày 14-5-1893; mồ côi cha lúc lên 3 tuổi, sống trong cảnh nghèo túng. Mẹ Kumme tần tảo nuôi con và đến năm con 18 tuổi thì đưa con đến trường Đại học Tổng hợp Halê. Do không đủ tiền ở ký túc xá của trường nên Kumme phải đi bộ hàng ngày để đến học. Giữa triết học và toán học, Kumme đã nghiêng về toán nhờ gặp được thầy giáo toán Seck. Học năm thứ ba ở trường đại học, Kumme đã giải được một bài toán thi học sinh giỏi và đạt học vị tiến sĩ triết học này 10-9-1831, khi mới 21 tuổi.

Năm 1832 ông được bổ làm giáo sư nhưng dạy ở trung học, vì khi đó không còn chỗ dạy ở đại học. Sau 10 năm ông mới được dạy ở trường Đại học Tổng hợp Beclin. Năm 29 tuổi ông được bầu làm viện sĩ thông tấn của Viện Hàn lâm Hoàng gia ở Beclin, kế tục Diriclé ở cả trường đại học và Viện Hàn lâm. Ông cũng được bổ làm giáo sư ở trường Võ bị.

Kumme đã phát triển lý thuyết số bằng cách tạo ra một

loại số mới gọi là “idêan”. Ông đã chứng minh, với một lớp rất rộng các số nguyên tố p , phương trình $x^p + y^p = z^p$ (p là số nguyên tố) là vô nghiệm nếu x, y, z là những số nguyên khác 0; nhưng ông không thành công khi muốn chứng minh định lý lớn của Fecma với tất cả số nguyên tố.

Viện Hàn lâm Khoa học Pháp đã trao Giải thưởng lớn năm 1857 cho ông về thành tích “những nghiên cứu đặc sắc về số phức và số nguyên”.

Nhớ đến những năm tháng khó khăn và những hi sinh to lớn của người mẹ hiền, Kumme trong thời gian dạy học ở trường Đại học Beclin và trường Võ bị đã luôn luôn được hàng nghìn sinh viên quý mến, coi ông là người thầy lớn và cũng là người bạn lớn.

LAGRĂNG

(JOSEPH LOUIS LAGRANGE)

LAGRĂNG LÀ HÌNH CHÓP CAO CỦA KHOA HỌC TOÁN HỌC



Trong khi học môn giải tích ở phổ thông chúng ta đã từng làm quen với định lý Lagrăng sau đây:

“Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ có đạo hàm trong khoảng (a, b) thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a, b)$ sao cho:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}”$$

Nhà toán học Lagrăng mang dòng máu Pháp và Italia. Nhà vua Pháp Napôlêông đã đánh giá Lagrăng như sau: “Lagrăng là hình chóp cao của khoa học toán học”.

Ông nội Lagrăng là đại tá trong quân đội Pháp sống ở thành phố Tuyaranh nước Pháp. Bố ông là rể một gia đình thầy thuốc rất giàu và mẹ ông lại là con gái duy nhất của gia đình đó. Hai ông bà có đến 11 người con mà Lagrăng là con út, sinh ngày 25 tháng 1 năm 1736. Tuy bố giàu có nhưng tiêu pha

hoang phí nên cuối cùng gia tài cũng chẳng còn gì. Lagrăng đã coi điều bất hạnh này là niềm vui sướng của đời ông: “Nếu tôi mà được hưởng gia tài của bố mẹ tôi thì chắc là tôi đã không quan tâm đến toán học”.

Khi học phổ thông ông chưa ham thích toán, vì khi hiểu biết được công trình của Oclit và Acsimet về hình học, ông tỏ ra hững hờ. Tình cờ một tài liệu của Halây, bạn thân của Niuton, đến tay người học sinh trẻ này. Tài liệu đó đã ca ngợi cái ưu việt của phép tính vi tích phân so với những phương pháp tổng hợp của người Hy Lạp. Lagrăng đã bị thu hút bởi tài liệu. Chỉ trong một thời gian rất ngắn ông đã một mình nghiên cứu và tìm hiểu toàn bộ những gì mọi người đã biết về giải tích. Lúc 16 tuổi, ông đã được phong làm giáo sư toán của trường Pháo binh Hoàng gia của Tuyaranh; đây là sự bắt đầu của cuộc đời toán học lẫy lừng của ông.

Ngay từ đầu Lagrăng đã là một nhà giải tích, và không bao giờ trở thành một nhà hình học. Khuynh hướng này của ông thể hiện rõ rệt trong tác phẩm “*Cơ học giải tích*” mà toàn bộ cấu trúc đã được hình thành lúc ông 19 tuổi ở Tuyaranh, nhưng mãi đến năm 1788 khi ông đã 52 tuổi, tác phẩm này mới được xuất bản ở Pari. Trong lời tựa ông đã viết: “Trong tác phẩm này người ta sẽ không tìm thấy một hình vẽ nào cả”. Đó là cách viết nửa vui đùa của ông. Trong cuốn đó ông có viết: “cơ học có thể coi là hình học trong không gian bốn chiều, ba tọa độ Đêcac và một tọa độ thời gian đủ để xác định vị trí của một phần tử chuyển động vừa trong không gian vừa trong thời gian”. Đó chính là cách xem xét cơ học trở thành phổ

thông từ năm 1915 khi Anhxtanh nêu lên trong thuyết tương đối tổng quát.

Ở Tuyaranh tất cả học trò của người giáo sư trẻ này lúc đầu đều là các đàn anh của ông. Sau đó ông mới thành lập một hội nghiên cứu mà sau này trở thành Viện Hàn lâm Khoa học Tuyaranh. Tập báo cáo đầu tiên của Viện ra mắt mọi người vào năm 1759 khi Lagrăng 23 tuổi.

Ông lại cho xuất bản công trình về cực đại và cực tiểu của phép tính biến phân. Như vậy, mới 23 tuổi Lagrăng đã hoàn thành một công trình toán học nổi tiếng "*Cơ học giải tích*", đó là cơ học đại cương mà định luật vạn vật hấp dẫn của Niuton là cơ học thiên thể. Mười năm sau, trong bức thư viết cho nhà toán học Đalămbe (1717-1783) Lagrăng đã coi công trình "*phép tính biến phân*" hồi ông mới 19 tuổi là một đóng góp lớn vào toán học vì nhờ đó mà ông đã thống nhất môn cơ học. Nhà toán học Haminton đã đánh giá công trình này là "một loại thơ ca khoa học".

Trong tập báo cáo của Viện Tuyaranh, Lagrăng đã tiến thêm một bước quan trọng trong việc áp dụng phép tính vi tích phân vào lí thuyết xác suất.

LAGRĂNG Ở BECLIN

Nhà bác học lớn Ole luôn luôn đánh giá công trình của người khác một cách độ lượng. Khi nhà toán học trẻ Lagrăng 19 tuổi gửi cho Ole những công trình đầu tay của mình, Ole đã nhận ra ngay tài năng của Lagrăng và khuyến khích ông

tiếp tục. Bốn năm sau, khi Lagrăng gửi cho Ole phương pháp giải quyết các bài toán đồng chu vi (đẳng chu) thì Ole đã viết cho nhà toán học trẻ là phương pháp mới này đã giúp ông vượt qua được những khó khăn đã suýt bắt ông dừng lại khi ông đi vào phương pháp nửa hình học để giải quyết vấn đề bài toán đồng chu vi. Ole chỉ công bố ngay kết quả của mình sau khi Lagrăng công bố phương pháp mới, vì Ole không muốn “tước mất vinh quang thực sự của Lagrăng”. Thật là một tấm gương khiêm tốn đầy cao cả của nhà bác học vĩ đại Ole.

Ole đã chủ động đặt vấn đề bầu Lagrăng lúc 23 tuổi làm viện sĩ nước ngoài của Viện Hàn lâm Beclin (ngày 2 tháng 10 năm 1759), đó là viện sĩ trẻ tuổi nhất. Lagrăng được mời sang làm việc tại Viện Hàn lâm Beclin.

Nhà toán học Dalămbe đã khuyến khích nâng đỡ Lagrăng rất nhiều. Ông đã viết thư khuyên Lagrăng bớt uống chè và uống cà phê, lại gửi cho Lagrăng một cuốn sách thuốc mới nhất về các chứng bệnh của những nhà thông thái. Thực ra Lagrăng quá say mê vào công việc nên đã phung phí sức khỏe của mình trong thời gian từ 16 đến 26 tuổi. Đến năm 45 tuổi, Lagrăng đã viết thư cho Dalămbe: “Tôi bắt đầu cảm thấy sức ỳ dần dần tăng và không biết khoảng 10 năm nữa tôi có còn làm toán được nữa không”. Ông đã viết thư này trong lúc đang ốm đau và buồn bã. Trong lá thư cuối cùng mà Dalămbe (tháng 9 năm 1783) gửi trước khi mất một tháng, ông lại khuyên Lagrăng hãy lao vào công việc, vì đó là liều thuốc hiệu nghiệm để tránh ngã lòng vì bệnh tật: “Vĩnh biệt, có thể đây là lần cuối cùng. Hãy giữ lại vài kỉ niệm về con người quý

mến bạn và tôn trọng bạn nhất”.

Trong những vấn đề lớn mà Lagrăng đã đề cập trước khi nhận lời Đalămbe và Ole đến Beclin, có vấn đề “*sự lắc của Mặt trăng*”. Đây là một ví dụ của “bài toán về 3 vật thể” (trong trường hợp đặc biệt là Quả đất, Mặt trời và Mặt trăng) hút lẫn nhau theo định luật nghịch đảo của bình phương các khoảng cách giữa các trọng tâm của chúng. Do giải quyết được bài toán sự lắc của Mặt trăng, Lagrăng đã nhận được giải nhất của Viện Hàn lâm Khoa học Pari năm 1764 lúc ông vừa đúng 28 tuổi.

Trước thành tích rực rỡ này, Viện Hàn lâm Khoa học Pari lại nêu ra một vấn đề khó hơn, và lần này Lagrăng lại được giải thưởng vào năm 1766. Đó là “bài toán về 6 vật thể” (hành tinh, Mặt trời và các vệ tinh của nó). Năm 1772, Lagrăng lại được giải thưởng của Viện Hàn lâm Khoa học Pari về công trình bài toán về ba vật thể. Đến các năm 1774 và 1778 ông lại đạt thành tích trong việc nghiên cứu chuyển động của Mặt trăng.

Ngày 6 tháng 11 năm 1766; Lagrăng lúc đó 30 tuổi đã được Vua Frêdêric đón tiếp nồng nhiệt tại Beclin. Nhà vua đã tuyên bố là được vinh dự có ở triều đình mình “nhà toán học lớn nhất”. Lagrăng được phong làm giám đốc Trung tâm toán-lý của Viện Hàn lâm Khoa học Pari và trong suốt 20 năm đã không ngừng đóng góp nhiều công trình nghiên cứu cho Viện.

Năm 1767 Lagrăng viết công trình “*Về nghiệm của các phương trình số*”. Vấn đề ở đây là tìm nghiệm đại số của một

phương trình có hệ số bằng chữ, chẳng hạn phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ hoặc $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ v.v... cho tới phương trình bậc cao hơn 3. Phải tìm ra những công thức cho nghiệm x theo các dữ kiện $a, b, c, \dots$. Với một phương trình bậc n , ẩn số x có đúng n giá trị, ta đã biết ngày nay là phương trình bậc hai có hai nghiệm $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Tuy vấn đề này đã được giải quyết khoảng 20 năm sau khi Lagrăng mất, nhưng cái chìa khóa để mở đã có trong công trình của ông.

Công trình nghiên cứu của Lagrăng còn làm nảy sinh một sự kiện quan trọng khác. Với bậc 2, bậc 3 và bậc 4, phương trình đại số tổng quát giải được bằng một phương trình bậc thấp hơn bậc của phương trình đang xét. Nhưng đến phương trình bậc năm thì phương pháp trước đây được sử dụng với phương trình bậc hai, bậc ba hoặc bậc bốn không còn hiệu lực nữa.

LAGRĂNG TRỞ LẠI PARI

Sau khi vua Frêdêric mất (17 tháng 8 năm 1786) ở Beclin, người ta bắt đầu không thích sự có mặt của các nhà khoa học tại Beclin. Lagrăng đành trở về Pari và được Vua Lu-i 16 trọng dụng, được bầu làm viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Pari, được nhà vua bố trí cho ở một căn phòng trong viện bảo tàng nổi tiếng Luvro.

Trong thời gian này, công việc quan trọng nhất của ông là tham gia cải tiến hệ đo lường. Chính ông đã có công nêu lên

cần áp dụng cơ số 10 chứ không phải cơ số 12 đối với hệ đo lường, đó là hệ thập phân.

Lagrăng đã góp phần quan trọng trong công tác tổ chức nghiên cứu ở hai trường đại học lớn của nước Pháp là Trường Sư phạm cao cấp và Trường Đại học Bách khoa. Ông là giáo sư của hai trường về môn toán học sơ cấp và môn giải tích toán học. Giáo trình của ông được xuất bản làm hai tập: *“Lí thuyết về hàm giải tích”* (1797) và *“Các bài giảng về phép tính toán các hàm số”* (1801 – 1806). Tác phẩm về toán học, thiên văn và cơ học của ông gồm 14 tập. Về lí thuyết số, ông đã dùng phân số liên tục để giải phương trình vô định bậc hai có hai ẩn. Về cơ học, ông đã nêu hai dạng cơ bản của phương trình vi phân về chuyển động các hệ không tự do mà bây giờ ta gọi là *các phương trình Lagrăng cấp một và cấp hai*.

Ngày 10 tháng tư năm 1813, Lagrăng từ già cỗi đời vào lúc 66 tuổi.

LEBNIT

(WILGHEN LEIBNITZ)



Trong việc tính tích phân xác định, nếu tính bằng định nghĩa thì đó là một công việc rất khó khăn và không phải lúc nào cũng thực hiện được. Công thức Niuton-Lebnit sau đây là công thức rất quan trọng, cho phép ta tính tích phân xác định của một hàm số liên tục nhờ nguyên hàm của hàm số đó:

“Nếu $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a, b]$ thì:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm nào đó của $f(x)$ ”.

Câu phương ngôn “Nghề nào cũng biết, nhưng chẳng có khả năng cho một nghề” đã trở thành ngoại lệ đối với Lebnit (1646–1716).

Thiên tài của nhà toán học người Đức Lebnit thể hiện trong rất nhiều lĩnh vực: luật học, tôn giáo, chính trị, sử học, văn học, logic học, phép siêu hình, triết học. Ở lĩnh vực nào ông cũng tỏ ra xuất sắc.

Trong toán học, Leibnit đã đi vào hai mũi nhọn: phép tính vi phân và giải tích tổ hợp. Phép tính vi phân là ngôn ngữ tự nhiên của cái liên tục, còn giải tích tổ hợp lại đi vào cái rời rạc. Giải tích tổ hợp đặt chúng ta đứng trước một mớ sự việc phân biệt mà mỗi cái đều có tính riêng biệt của nó và mời ta thành lập những mối liên hệ nếu có giữa các sự việc rời rạc đó.

Về việc này có thể cho rằng toán học với Leibnit đã đi trước hai thế kỉ so với thời đó. Một bộ óc uyên bác thấu tóm được hai lĩnh vực rộng lớn của tư tưởng toán học là cái liên tục và cái rời rạc, trước Leibnit không có ai làm được. Trong lịch sử toán học ông là người duy nhất giải quyết được “cái giải tích” và “cái tổ hợp”. Ngày nay phương pháp tổ hợp của Leibnit đã được thực hiện trong logic tượng trưng và những phát triển của nó, trở thành vấn đề quan trọng trong môn giải tích.

Sự phát triển và những ứng dụng của phép tính vi tích phân đã thu hút các nhà toán học thế kỉ thứ 18, vì thế công trình của Leibnit đã không được coi trọng trước năm 1840.

Từ năm 1910 công trình của ông mới trở thành một trong những điểm lí thú nhất của toán học hiện đại.

Người ta đã cho rằng “Leibnit không phải sống một đời người mà sống nhiều đời”. Điều mà ông đã làm trong mỗi lĩnh vực: ngoại giao, lịch sử, triết học, toán học, cũng đủ cho một đời người.

Leibnit sinh ra ở Laidich ngày 1 tháng 7 năm 1646, trẻ hơn Niuton 4 tuổi. Bố ông là giáo sư luân lí nhưng đã mất khi ông mới lên 6. Dù sao ông đã thừa hưởng ở người bố lòng say mê đối với môn lịch sử. Sau những buổi học ở trường Laidich, ông đã nghiên cứu thêm trong thư viện của bố mình.

Lúc 15 tuổi Leibnit vào trường Đại học Laidich để học luật và nhận thấy rằng muốn hiểu biết khoa học này phải nghiên cứu toán học. Vì thế mùa hè 1663 ông đã tới trường Đại học Iêna để theo các giáo trình toán học của Vaighen nổi tiếng ở địa phương đó. Năm 1666 ông sẵn sàng để bảo vệ luận án tiến sĩ luật học, nhưng người ta đã từ chối không cho ông bảo vệ lấy lí do ông còn trẻ quá; nhưng thực tế là luận án của ông tỏ rõ ông quá giỏi về luật so với kiến thức của các giáo sư dạy ông ở Trường Đại học Laidich.

Chán cái cảnh đìu người tài ở trường Đại học Laidich, ông đã rời bỏ thành phố quê hương để đến Nưămbe ngày 4 tháng 11 năm 1666. Ở đó, trường đại học chẳng những đã cấp bằng tiến sĩ luật cho ông mà còn mời ông giảng dạy luật tại trường. Điều trớ trêu là Leibnit đã gặp những con người luật pháp trước khi gặp những con người khoa học. Ông là con người hành động, luôn luôn đọc, viết, suy nghĩ. Ông đã viết các tác phẩm toán học và các tác phẩm thuộc lĩnh vực khác phần lớn trên những chiếc xe bò kéo ở châu Âu vào thế kỉ thứ 17 để đi thăm đây đó.

Chính Leibnit cũng đã phát minh một máy tính để thực hiện các phép nhân, chia, khai căn, tính vi hơn máy tính của Patxcan chỉ làm được phép cộng và trừ. Ông cũng đã đưa ra vấn đề dãy số vô hạn. Một phát minh khác của ông là số π , tỉ số giữa chu vi đường tròn và đường kính của nó, có thể tính bằng tổng của dãy vô hạn:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

Điều này nêu lên hệ thức đáng chú ý giữa π và tất cả những số lẻ.

Đầu năm 1673 ông sang Luân Đôn và đã trình bày chiếc máy tính của mình và một số phát minh khác trước “Hội Hoàng gia”. Ông đã được bầu làm hội viên nước ngoài của Hội Hoàng gia trước khi trở về Pari vào tháng 3-1673. Ông và Niuton (1700) đã là những hội viên nước ngoài đầu tiên của Viện Hàn lâm Khoa học Pari.

Năm 1700 ông đến Beclin làm gia sư và đã thành lập Viện Hàn lâm Khoa học Beclin mà ông là Chủ tịch đầu tiên.

Người ta kể lại rằng: Leibnit vốn gầy và xấu trai, thường đeo bộ tóc giả màu đen. Một lần, khi ở Pari ông vào một hiệu sách để hỏi mua một tác phẩm triết. Người bán hàng nhìn ông từ đầu đến chân và hỏi: “Ông mua để làm gì? Phải chăng ông đọc được sách này?” Leibnit chưa kịp trả lời thì ngẫu nhiên tác giả quyển sách ấy bước vào và lớn tiếng: “Kính chào Leibnit vĩ đại!”. Người bán sách vô cùng kinh ngạc, không ngờ rằng người đàn ông gầy gò và xấu trai này lại chính là người mà giới khoa học Pari đều rất khâm phục.

Ý thức tự học và say mê phát minh là hai điều đáng để mọi người học tập. Ông đã viết: “Có hai điều đem lại cho tôi lợi ích nhất. Thứ nhất là *tôi đã tự học mọi khoa học*. Thứ hai là *tôi luôn luôn lao vào tìm kiếm những điều mới mẻ* ngay lúc mới hiểu được những khái niệm đầu tiên của mỗi khoa học”.

Ông mất ngày 14 tháng 11 năm 1716 ở Hanôvơ, thọ 70 tuổi.

LÔBASEPXKI

(NICOLAI IVANOVITCH LOBATCHEVSKY)

CUỘC ĐỜI ĐẦY BẤT HẠNH CỦA NHÀ TOÁN HỌC VĨ ĐẠI



Trong lịch sử toán học, trong lịch sử các khoa học chính xác và trong triết học; Lôbasepxki được xếp vào hàng ngũ những nhân tài lỗi lạc thế giới, bên cạnh Acsimet, Galilê, Côpecnic và Niuton.

Nhà bác học D. Mendêlêep, tác giả định luật tuần hoàn và bảng hệ thống tuần hoàn các nguyên tố hóa học mang tên ông đã viết: “Những tri thức hình học là cơ sở của các ngành khoa học chính xác và tính chất độc đáo của hình học Lôbasepxki đánh dấu sự phát triển độc lập của khoa học Nga. Mầm non của khoa học sẽ nảy nở và nhân dân sẽ thu hoạch kết quả của nó”.

Nhicôlai Ivanôvich Lôbasepxki sinh ngày mồng 1 tháng 12 năm 1792 ở Nigioni Nôvogôrôt. Bố ông là một công chức nhỏ, gia đình nghèo khổ và sống thiếu thốn. Nhờ ở bên ngoại có một đại úy tên là Sêbacsin giúp đỡ, nuôi các con của gia đình

Lôbasepxki nên cả nhà đỡ lo lắng một thời gian. Năm 1797 ông Sebacsin mất, gia đình càng gieo neo. Bà mẹ Lôbasepxki phải chuyển đến ở tại tỉnh Cadan để lo cho ba con trai ăn học tại trường Trung học Cadan năm 1802. Trường này chuyển thành trường đại học năm 1806.

Lôbasepxki vào trường đại học tháng 2 năm 1807 được hưởng học bổng của nhà nước cùng anh và em trai với điều kiện là về sau phải ở lại trong ngành giáo dục 6 năm. Thực tế Lôbasepxki đã gắn bó với Trường Đại học Cadan cho tới khi mất.

Lúc đầu theo ý muốn của mẹ, Lôbasepxki đã học y khoa. Sau đó khi có giáo sư Bacten là nhà toán học thuần túy uyên thâm tới giảng dạy thì Lôbasepxki đã bỏ ngành y để chuyển sang say mê học toán. Chỉ trong vòng hai ba năm ông đã tiếp thu được rất nhiều bộ môn khiến ai cũng phải ngạc nhiên. Ngoài toán học ra ông nắm rất vững vật lí và thiên văn đến nỗi sau khi tốt nghiệp một thời gian rất ngắn đã có thể dạy tốt hai môn đó.

Phải kể thêm một điều đặc biệt ở người thanh niên này, đó là *tư tưởng tiến bộ* do tiếng vọng của cuộc cách mạng Pháp và những trào lưu tiến bộ từ Tây Âu đến nước Nga dưới triều vua Alêcxăngđơ đệ nhất. Lôbasepxki bị tố giác là “cứng cổ, ngoan cố, có những triệu chứng vô thần”, thường bị phạt do có tư tưởng chống đối. Sinh viên bị kiểm soát chặt chẽ và “dụ” của nhà vua chỉ thị cho các giám đốc các trường đại học đuổi những sinh viên phạm sai lầm nghiêm trọng và bắt họ sung

quân làm lính. Lôbasepxki bị truy tố, nhưng nhờ các giáo sư có uy tín như Bacten nên người thanh niên đã được cứu thoát.

Lôbasepxki được giữ chức vụ trợ lí khi việc đó đã dịu đi. Nhưng lực lượng phản động lại hoạt động điên cuồng, 9 giáo sư bị cách chức và những người ngoại quốc phụ trách các khoa rời bỏ nước Nga. Khoa vật lí và toán học rơi vào một tình trạng bi đát. Hầu hết việc giảng dạy vật lí và toán học dồn về phần Lôbasepxki.

Manhitxki, một tên phản động được cử làm giám đốc học chính vùng Cadan và được ủy nhiệm lập lại trật tự ở trường đại học. Chế độ do Manhitxki thiết lập đè nặng lên trường đại học suốt 7 năm. Trong suốt thời kì này, đơn khiếu nại, đơn tố cáo gửi tới Pêtecbuga và Bộ Giáo dục nhiều vô kể. Lòng phẫn uất chống lại Manhitxki ngày càng tăng. Vua Nicôla đệ nhất kế nghiệp Alêcxăngđrô đệ nhất đã ra lệnh đuổi Manhitxki và đày đi Roven.

Lôbasepxki được bầu làm giám đốc Trường Đại học Cadan năm 1827. Lúc đó ông mới 33 tuổi. Có thể đánh giá được lòng quý mến đối với ông trong cương vị giám đốc qua việc ông được bầu 6 lần liên tiếp giữ chức vụ này trong vòng 20 năm. Ông đã có công lao to lớn đối với Trường Đại học Cadan, tập hợp lại các công trình khoa học trong tất cả các khoa, sáng lập ra tập san khoa học của trường. Đặc biệt năm 1830, bệnh thổ tả lan ra ở Cadan, ông đã thực hiện những biện pháp kiên quyết để cách li trường và góp phần quan trọng trong việc chống dịch ở thành phố.

Mười năm sau lại một thiên tai mới xảy ra. Một trận cháy bị gió bão bốc lên đốt cháy toàn bộ phần Đông Bắc thành phố và lan tới trường đại học, Lôbasepxki đã huy động sinh viên và cùng họ chiến đấu chống hỏa hoạn, cứu được những máy móc quan trọng nhất và cứu được thư viện quý của trường.

Điều mà mọi người đều nhận thấy nổi bật ở ông, đó là đức tính khoan hồng, sự lưu ý đối với những người gần ông và nhất là đối với những người quan tâm đến khoa học.

SỰ XUẤT HIỆN MÔN HÌNH HỌC MỚI: HÌNH HỌC PHI OCLIT

Hình học phát sinh từ phương Đông (Atxiri, Babilon – Ấn Độ) từ những thời kì cổ xưa, đã đáp ứng được những nhu cầu sơ đẳng của cuộc sống hàng ngày. Từ phương Đông châu Á, hình học đã vào Ai Cập và đã được ứng dụng để giải quyết những bài toán về đo đạc khi vạch ranh giới những đám đất và khi lập lại những ranh giới đó sau những trận lũ của sông Nin, khi xây dựng Kim tự tháp.

Trong những suy diễn của nó, hình học phải đi từ những nguyên lí mở đầu. Tuy rằng có thể chứng minh mệnh đề này sau mệnh đề khác và suy diễn một cách logic những mệnh đề đó từ những mệnh đề đơn giản hơn, nhưng nó vẫn có những mệnh đề đầu tiên làm cơ sở mà người ta công nhận. Đó là những tiên đề.

Đầu thế kỉ thứ ba ra đời tác phẩm “*Cơ bản*” (còn gọi là “*Những nguyên lí*”) của Oclit gồm 13 tập, một tác phẩm kiệt xuất mà điểm nổi bật là sức mạnh về cách quan niệm logic

các vấn đề. Tác phẩm này được xuất bản lần đầu tiên bằng tiếng Hi Lạp và tiếng La tinh, rồi sau bằng các thứ tiếng khác.

Qua nhiều thế kỉ không ai dám cạnh tranh với Oclit bằng cách xây dựng lại cơ sở của hình học, tuy vẫn có những lời phê phán về quan niệm chung của tác phẩm và một số lí luận riêng lẻ.

Người ta thường phê phán rằng Oclit đã thay thế một số suy luận bằng trực giác, cho nên tác phẩm "*Cơ bản*" là một hỗn hợp lôgic và trực giác. Nhưng thực tế các nhà bình luận chú ý nhất đến tiên đề cuối cùng của bảng kê của Oclit, đó là *tiên đề về đường thẳng song song* (tiên đề 5): "Từ một điểm ở ngoài một đường thẳng ta chỉ có thể kẻ một đường thẳng song song với đường thẳng đó".

Trong hình học, nhiều mệnh đề có thể chứng minh được không cần đến tiên đề về đường thẳng song song, chẳng hạn: lí thuyết về góc (góc kề và góc đối đỉnh), trường hợp bằng nhau của tam giác, định lí về góc ngoài (góc ngoài lớn hơn một trong những góc trong không kề nó), so sánh cạnh và góc của một tam giác, tính chất đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm tới một đường thẳng, các định lí về dây cung và tiếp tuyến với một đường tròn, vị trí tương đối của các đường tròn và một số mệnh đề về hình học không gian. Đó là phần thứ nhất của nội dung hình học thường có tên gọi *hình học tuyệt đối*.

Phần thứ hai gắn liền với tiên đề 5 mà mọi mệnh đề nào thuộc loại này sẽ không thể chứng minh được nếu không dùng

tiên đề 5. Phần thứ hai này thường được gọi là *hình học Oclit chính thức*, cũng như tiên đề 5 còn được gọi là *tiên đề Oclit*. Phần này gồm: định lý về tổng các góc của một tam giác, đoạn thẳng tỉ lệ, tam giác và đa giác đồng dạng, định lý Pitago và hệ quả, lý thuyết về diện tích và thể tích.

Trong lịch sử toán học, nhiều người đã cố gắng chứng minh tiên đề 5 như một định lý của các tiên đề khác trong hình học. Nhưng ngay cả những nhà toán học lớn cũng đã phạm sai lầm trong khi chứng minh hoặc đều cho rằng điều đó không thể nào thực hiện được. Liệu thực sự có phải tiên đề 5 không thể chứng minh được không? Nếu đúng như vậy thì nó không phụ thuộc các tiên đề khác, tức nó không phụ thuộc các cơ sở của phần hình học tuyệt đối.

Nhưng nếu không chứng minh được thì có thể công nhận: *trong mặt phẳng, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước sẽ tồn tại không phải chỉ một mà là hai, mười, một trăm hoặc nói chung là vô số đường thẳng không hề gặp đường thẳng cho trước ở đâu cả*. Đó là giả thiết mà Lôbasepxki đã đặt ra.

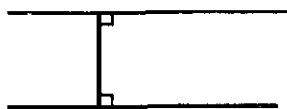
Sau khi thay tiên đề 5 của Oclit bằng giả thiết của mình, Lôbasepxki đã tìm thấy một không gian mới không giống tí nào với không gian quen thuộc. Không gian Lôbasepxki này cũng bao hàm những dạng hình học khác nhau. Cho nên các mặt phẳng trong không gian mới này cũng phải theo các quy luật của môn hình học mới này và được gọi là *mặt phẳng Lôbasepxki*.

Không gian Lôbasepxki khổng lồ mà với bản năng và linh cảm thiên tài Lôbasepxki hình dung ra là một không gian vô cùng lớn đến nỗi không những hệ mặt trời mà cả thiên hà của chúng ta, giải ngân hà với vô số vì sao cũng đều trở nên nhỏ bé.

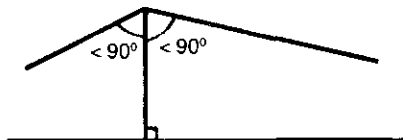
Ông đã phát biểu: *“Qua mỗi điểm trên mặt phẳng thuộc không gian mới có 2 đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước”*.

Sau khi thay thế tiên đề 5 bằng tiên đề của mình, Lôbasepxki đã xây dựng một môn hình học mới, môn hình học về không gian do ông đưa ra, hoàn toàn không chứa đựng sự sai sót và mâu thuẫn nào.

Trong mặt phẳng Oclit, góc tạo bởi đường vuông góc và đường song song luôn luôn bằng 90° (H.23). Trong mặt phẳng Lôbasepxki góc tạo bởi đường vuông góc và một trong hai đường song song với một đường thẳng cho trước luôn luôn bé hơn 90° (H.24). Chẳng những thế, cái “góc song song” ấy (theo cách gọi của ông) không phải là hằng số, mà phụ thuộc vào độ dài đường vuông góc hạ từ điểm đang xét đến đường thẳng



(H.23)



(H.24)

ban đầu. Khi độ dài đường vuông góc giảm dần và tiến đến 0 thì góc song song sẽ tăng dần và tiến đến 90° , khi đường vuông góc tiến tới vô hạn thì góc đó sẽ dần tới 0. Nói cách khác:

- độ dài đường vuông góc bé thì góc song song sẽ lớn,
- độ dài đường vuông góc tăng thì góc song song sẽ giảm.

Trong nhà trường phổ thông, mọi cái đều đúng vì chúng ta đã quá quen thuộc với môn hình học Oclit, môn hình học của cái không gian quen thuộc của chúng ta. Đó là khoảng vô tận chiếm cả vũ trụ và đồng nhất ở khắp mọi nơi. Dù ở nơi nào trong vũ trụ, chúng ta đều có thể xây dựng những dạng hình học hoàn toàn giống nhau. Từ một hình nào đó, chúng ta có thể xây dựng vô số hình đồng dạng. Góc xen giữa hai cạnh của một tam giác tí hon mà các cạnh chỉ bằng một phần mười milimét lại đúng bằng góc xen giữa hai cạnh tương ứng của một tam giác khổng lồ mà các cạnh dài hàng triệu kilômet. Rồi đến góc tạo bởi hai đường thẳng vuông góc hay nói cách khác góc tạo bởi một đường vuông góc và đường song song với một đường thẳng cho trước luôn luôn bằng 90° . Thế mà trong mặt phẳng Lôbasepxki mọi quan niệm như trên đều đảo lộn, không đơn giản, không tự nhiên, không dễ hiểu nữa!

Chính vì thế mà bao nhiêu nhà toán học không vượt được các chương ngại vật này để cho Lôbasepxki dừng cảm nhảy vào một thế giới mới, với tầm nhìn vô cùng rộng lớn, nhìn xuyên vào chiều sâu của bản chất các hiện tượng.

SỰ SÁNG TẠO KHOA HỌC LỚN LAO VÀ TẤN BỊ KỊCH TRONG CUỘC ĐỜI LÔBASEPXKI

Ngày 23-2-1826, Lôbasepxki đã trình bày trước Hội đồng Bác học của Trường Đại học Tổng hợp Cadan công trình đầu tiên của mình "*Về các cơ sở của hình học*", giải đáp hoàn toàn cho bài toán mà suốt hai nghìn năm còn là một điều bí ẩn.

Đó là "*ngày sinh của hình học phi Oclit*", là ngày công bố bản thông báo đầu tiên trên thế giới về các nguyên lý của một ngành khoa học mới. Ông đã kiên nhẫn năm này qua năm khác, đặt từng viên gạch cho ngôi nhà mới và không ngừng sửa đổi các chi tiết của nó, tìm cho nó một hình dáng tuyệt mỹ. Từ công trình đầu tiên với lời lẽ tương đối phức tạp và khó hiểu, Lôbasepxki đã lao động không mệt mỏi để tìm những phương pháp trình bày trong sáng nhất, rõ ràng nhất để các định lý và những phương pháp chứng minh có sức thuyết phục nhất. Sau đó ba năm, công trình đầu tay của ông được xuất bản năm 1829.

Nhưng tai hại thay, tác phẩm xuất sắc đó của tư tưởng toán học thiên tài không được những người duyệt xét nó tán thành. Những thính giả đầu tiên của Lôbasepxki đã cười nhạo. Thời đó, chỉ có một người có uy tín hiểu được nó và đánh giá được nó. Đó là Gauxo. Nhưng chính ông ta cũng chỉ biết những công trình nghiên cứu của nhà hình học vĩ đại 11 năm sau khi công trình đầu tiên của Lôbasepxki (năm 1840) in bằng tiếng Đức "*Khảo cứu về lý luận đường song song*" đến tay ông. Gauxo đã đánh giá tác phẩm xuất sắc này một cách đúng mức qua các bức thư gửi cho các bạn Gheling và Sumase.

Gauxơ đã tìm những công trình khác của Lôbasepxki, học cả tiếng Nga để nghiên cứu tác phẩm gốc. Nhưng điều đáng tiếc là Gauxơ không hề nói một tí gì trên báo chí và không ủng hộ công khai những ý kiến đó mà bản thân ông rất tán thành.

Do sợ “những con ong vò vẽ bao vây đầu tôi nếu tôi công bố ý kiến của tôi” nên Guaxơ đã im hơi lặng tiếng, có thái độ không đúng đắn đối với các nhà toán học đang tìm ở ông sự giúp đỡ và ủng hộ. Thực tế Gauxơ đã làm chậm hàng chục năm sự công nhận môn hình học mới. Trong khi đó trên báo chí Nga và Đức có nhiều bài chế giễu những công trình của Lôbasepxki buộc ông phải chống lại những lời công kích của những kẻ không hiểu nổi ý kiến thiên tài của ông.

Sáng tạo ra một công trình khoa học lớn lao như vậy mà không gặp được một người nào hiểu và nhận thức giá trị to lớn của nó, lại luôn luôn phải đọc những bài báo của những người quyền thế với lời lẽ đầy nhạo báng mà không thể trả lời họ được (vì người ta từ chối không đăng những lời phản đối của ông), đó là một tấn bi kịch trong cuộc đời của Lôbasepxki.

TẦM TƯ DUY KHOA HỌC CỦA LÔBASEPXKI

Chúng ta hãy nghe lời phát biểu danh thếp và đầy tự tin của Lôbasepxki:

“Không, môn hình học này không sai. Mặc dù nó phức tạp hơn hình học Oclit nhưng nó rộng hơn hình học Oclit rất nhiều: hình học Oclit chỉ là một trường hợp riêng, trường hợp giới hạn của môn hình học mới này”.

Thế giới hình học của ông là một không gian hoàn toàn đặc biệt, nó không giống tí nào với những thứ mà chúng ta đã biết. Ở trong thế giới mới Lôbasepxki này tồn tại những hình ảnh kì quái đến nỗi làm cho trực giác và nhận thức của chúng ta khó mà chấp nhận ngay được.

Chính Lôbasepxki đã từng nói: môn hình học của ông có thể chỉ áp dụng đối với những không gian khổng lồ và các khoảng cách cực kì lớn giữa các vì sao, đó là *môn hình học của vũ trụ*.

Ngày nay không cần phải bay vào vũ trụ mới có thể nhận thấy thế giới hình học của Lôbasepxki. Nhận thức và tâm tư duy khoa học của con người đã phát triển đến mức không phải rời khỏi hành tinh của mình chúng ta cũng có thể lĩnh hội được không phải những khái niệm này mà cả những khái niệm còn phức tạp hơn nhiều.

NHỮNG NĂM CUỐI ĐỜI ĐẦY HẮM HIU CỦA NHÀ HÌNH HỌC VĨ ĐẠI

Nói đến cuộc đời hoạt động của ông giám đốc Trường Đại học Cadan Lôbasepxki là nói về các công trình và những năm tháng hoạt động của nhà giáo dục Nga xuất sắc, một con người có tư tưởng dũng cảm và có bản lĩnh. Chính vì vậy về sau ông bị cách chức và chỉ được sử dụng làm người giúp việc cho giám đốc Sở giáo dục Cadan, một con người dốt nát.

Ông già đi trông thấy và bệnh mù; hậu quả của những lúc làm việc thâu đêm căng thẳng, bắt đầu phát triển. Việc rời khỏi trường đại học như mở đầu một chuỗi dài bất hạnh đối

với ông. Alêcxây, người con cả có nhiều tài năng hứa hẹn sau khi bị cảm đã đau phổi và mất. Hình như số phận hẩm hiu đeo đuổi gia đình ông, cướp đi những đứa con tài giỏi lỗi lạc. Lôbasepxki đã chịu nhiều tổn thất lớn lao. Với cái điệu dài ngậm ở miệng, ông thường ngồi buồn rầu ủ rũ. Công việc liên miên, tinh thần căng thẳng và những đau thương mất mát đã thường xuyên dẫn dắt ông.

Ông được bầu làm hội viên danh dự Trường Đại học Matxcova, nhân dịp kỉ niệm 100 năm ngày thành lập trường. *“Để công nhận những công lao của Ngài đối với nhà nước và đối với khoa học, trường Đại học Hoàng gia ở Matxcova đã bầu Ngài làm hội viên danh dự với lòng tin tưởng sâu sắc rằng Ngài sẽ giúp đỡ tất cả những gì có thể góp phần vào việc phát triển của khoa học và của trường đại học”*. (trích thư của ông giám đốc trường).

Trước đó ông đã được bầu là hội viên danh dự của Trường Đại học Cadan. Nhưng những vinh dự đó không thể an ủi được đời ông sắp tàn. Đang bị ốm mù lòa và đứng trước ngưỡng cửa của cái chết, một lần nữa ông quyết định trình bày môn hình học mới của mình để lời cuốn lần cuối cùng sự chú ý của các nhà toán học. Ông viết cuốn sách ấy bằng tiếng Pháp với tên sách là *“Hình học tổng quát”*. Cuốn sách này không phải do tự tay ông viết mà do ông đọc cho học trò viết vì ông bị mù.

Công việc của cả một đời vừa kết thúc thì ông cũng từ già cuộc đời ngày 12-2-1856, đúng 30 năm sau ngày khai sinh môn hình học phi Oclit.

MÊNÊLAUT

(MENELAÛS)

Nhà toán học Hi Lạp Mênelaut (năm 98 sau Công nguyên) đã có nhiều đóng góp về *lượng giác cầu*, trong đó ông đưa ra một loạt định lí về tam giác cầu.

Các định lí nổi tiếng của ông là các định lí về đường hoành.

Trước hết là định lí trong hình phẳng mà ta đã biết với tên gọi “*định lí Mênelaut*”:

“*Chúng minh rằng nếu P, Q, R lần lượt là giao điểm của các cạnh BC, CA, AB (hoặc các cạnh đó kéo dài) của tam giác ABC với một đường thẳng tùy ý thì:*

$$\frac{BR \cdot AQ \cdot PC}{AR \cdot QC \cdot BP} = 1”$$

Ông mở rộng định lí này trên hình cầu và đã tìm ra một số định lí khác trong lượng giác cầu.

MÔNGJƠ

(GASPARD MONGE)



Môngjơ là nhà toán học đã phát minh ra môn hình học họa hình (khác với môn hình học xạ ảnh). Không có môn hình học họa hình của Môngjơ phát minh do nhu cầu của quốc phòng thì không có các bản vẽ máy móc và các phương pháp đồ thị nhằm thực hiện những công trình sản xuất các máy móc.

Môngjơ sinh ngày 10-5-1746 ở Bô-nơ, một thành phố của nước Pháp. Bố ông chỉ là một công nhân khuân vác và mài dao nhưng rất sùng bái việc học. Ông đã tạo mọi điều kiện để ba đứa con trai đều được học hành tử tế và cả ba sau này đều thành công trong nghề nghiệp của mình. Riêng Môngjơ học rất xuất sắc, thường được giải nhất trong các môn học.

Năm 14 tuổi ông đã phát minh ra cái bơm chữa cháy. Khi được mọi người hỏi: tại sao trong hoàn cảnh không có ai hướng dẫn, không có hình mẫu mà anh lại tạo ra được cái bơm chữa cháy như thế này? Ông đã trả lời: "Tôi đã dùng 2 phương tiện:

sự bền bỉ trong công việc, những ngón tay thể hiện ý chí của tôi với một sự trung thành hình học”.

Có thể nói *Môngjơ* *bẩm sinh là nhà hình học và kỹ sư*. Đến năm 16 tuổi ông đã lập một quy hoạch thành phố Bô-nơ. Tài năng xuất chúng của ông đã được các giáo sư biết đến và ông được mời làm giáo sư vật lý ở Li-ông. Sau đó, ông lại được bổ làm giáo sư dạy cho các kỹ sư tương lai của trường Vò bị, theo một phương pháp mới, tiền thân của môn hình học họa hình. Đến năm 1794 ông dạy tại trường Sư phạm cao cấp Pari và đã chứng tỏ cho mọi người biết rằng: môn hình học họa hình là một phương pháp giúp biểu diễn các vật thể trong không gian ba chiều trên một mặt phẳng mà thôi. Vật thể được biểu diễn bởi hình chiếu của nó trên một mặt phẳng (mặt phẳng của tờ giấy hoặc của mặt bảng). Chẳng hạn vật thể là hình lập phương được biểu diễn bởi các hình chiếu của các cạnh và các đỉnh của nó.

Ngày nay với sự phát triển của khoa học và kỹ thuật, hình học họa hình đã có những bước sáng tạo và nâng cao mới nhưng vẫn dựa vào ý tưởng ban đầu của Môngjơ.

Người đời thường nhắc đến cuộc tình duyên và cuộc kết hôn đầy thơ mộng của Môngjơ. Trong một cuộc họp, ông đã để ý tới một người đàn bà trẻ đẹp, một người đàn bà góa 20 tuổi đầy hấp dẫn. Thế rồi họ yêu nhau, kết hôn với nhau, đó là bà Hoóc-bông người đàn bà trung thành với ông suốt cả cuộc đời.

Một sự kiện đặc biệt là tình bạn giữa ông và hoàng đế

Napôlêông. Họ từng gặp nhau năm 1792. Môngjơ 50 tuổi còn Napôlêông mới 27 tuổi, nhưng họ kết bạn với nhau một cách chân thành, không vụ lợi.

Môngjơ là người đàn ông duy nhất ở Pháp dám nói sự thật với Napôlêông, ngay cả những hôm mà Napôlêông nổi giận. Khi Napôlêông lên ngôi hoàng đế thì sinh viên trường Đại học Bách khoa Pháp nổi loạn, mà họ là niềm tự hào của Môngjơ, người thầy kính mến của họ. Một hôm Napôlêông hỏi Môngjơ: “Thế nào? Sinh viên của anh chống lại tôi à?” Môngjơ đã trả lời: “Họ đã được chúng tôi hướng dẫn để trở thành những người cộng hòa, họ cần có thời gian để ủng hộ chế độ quân chủ”.

NIUTON

(ISAAC NEWTON)



CÂU CHUYỆN VỀ QUẢ TÁO CỦA NIUTON

Câu chuyện nổi tiếng về quả táo của Niuton quả là thú vị. Đây là câu chuyện có thực, không phải là chuyện thần thoại. Ông Staklây, người bạn của Niuton đã kể lại như sau:

“Tại Luân Đôn, sau bữa ăn trưa thời tiết trở nên nóng nực. Chúng tôi rủ nhau ra vườn ngồi uống trà dưới bóng những cây táo và cũng chỉ có hai chúng tôi. Niuton nói với tôi là chính lúc ấy ông đang nghĩ về định luật vạn vật hấp dẫn. Bỗng xuất hiện một quả táo rơi!

Niuton nghĩ thầm: tại sao quả táo lại rơi thẳng đứng mà không rơi lệch, tại sao lại luôn luôn rơi về tâm quả đất? Như vậy phải tồn tại một lực hấp dẫn trong vật chất, lực này phải tập trung ở tâm quả đất. Nếu vật chất này lại hấp dẫn vật chất khác thì rõ ràng phải tồn tại một tỉ lệ tương ứng với khối lượng của chúng. Thế thì quả táo sẽ hấp dẫn Quả đất cũng

như Quả đất sẽ hấp dẫn quả táo. Do đó phải tồn tại một lực tương tự như lực mà ta vẫn gọi là trọng lực. Lực đó trải khắp trong vũ trụ”.

Rõ ràng những suy nghĩ này về lực hấp dẫn xảy ra vào năm 1665 hoặc 1666. Trong giấy tờ lưu lại của Niuton, người ta tìm được những dòng chữ sau đây về những năm đó: “... Trong thời gian này tôi đang cảm thấy mình có nhiều khả năng phát minh qua những suy nghĩ thường xuyên về toán học cũng như triết học. Đúng là khả năng lúc này nhiều hơn bất cứ lúc nào khác về sau”.

Sự chứng kiến sự kiện lịch sử nói trên của Staklây rất ít người biết đến, vì mãi đến năm 1936 những hồi kí của Staklây mới được in.

Nhà văn Pháp nổi tiếng Vôn-te trong cuốn sách (xuất bản năm 1738) trình bày những tư tưởng của Niuton đã trích dẫn câu chuyện trên và khẳng định đó là do cháu gái của Niuton kể. Câu chuyện đó đã được phổ biến khắp nơi nhưng nhiều người vẫn tỏ ra nghi ngờ. Họ cho rằng đây chỉ là hư cấu, bịa đặt của Vôn-te. Thậm chí có những người nghe xong lấy làm bực tức, trong đó có nhà toán học lớn Gau-xơ. Chính Gau-xơ đã nói: “Câu chuyện về quả táo quá ư đơn giản. Táo có rơi hay không thì có gì là lạ, nhưng tôi không hiểu tại sao lại khẳng định rằng chuyện đó có thể thúc đẩy hay làm chậm điều phát minh của Niuton.

Có lẽ sự việc như sau: một hôm có một tên ngu xuẩn và gàn dở đến hỏi Niuton làm sao ông ta đi đến phát minh như vậy.

Niuton nhìn thấy nó, tỏ ra khó chịu muốn trả lời cho qua chuyện đã nói: do quả táo rơi ở mũi tao. Thế là đủ cho tên này yên tâm”.

Nhà sư phạm Nga Usinxki lại cho rằng câu chuyện quả táo này có một ý nghĩa sâu sắc. Ông đã viết về Niuton như sau: “Việc quả táo rơi từ trên xuống đất là hiện tượng rất bình thường. Nhưng chỉ có thiên tài của Niuton mới nhìn thấy từ hiện tượng bình thường đó một phát minh khoa học vĩ đại. Việc đó đâu phải là ai cũng làm được”.

Niuton là một con người rất khiêm tốn. Khi hỏi cảm tưởng về những thành tựu khoa học của ông, ông đã trả lời:

“Về công việc của bản thân, tôi tự thấy mình như một đứa trẻ chơi đùa trên bãi biển, vui sướng mỗi khi nhặt được một viên sỏi xinh hoặc một chiếc vỏ sò đẹp với hình dạng lạ thường, trong khi đại dương chân lí bí ẩn mênh mông nằm ngay trước mặt tôi”.

Hỏi về thái độ và phong cách nghiên cứu ông nói: “Tôi thường xuyên chăm chú theo dõi đối tượng nghiên cứu của mình và kiên tâm chờ đợi, từ khi sự việc bắt đầu cho đến khi sự việc được sáng tỏ dần và trở thành hoàn toàn rõ ràng”.

TUỔI TRẺ CỦA NIUTON

Nói đến Isaac Niuton chúng ta đều biết đến phát minh kì diệu trong vật lí, đó là *định luật vạn vật hấp dẫn* kể trên. Ông còn là người sáng lập môn cơ học thiên thể và cơ học trái đất, sáng lập môn vật lí toán học.

Trong toán học, nhà bác học vĩ đại này đã có những cống hiến xuất sắc. Ông là người đầu tiên đã định nghĩa số là tỉ số của một đại lượng với đại lượng khác chọn làm đơn vị. Ông đã dùng kí hiệu a^n năm 1676 để chỉ một lũy thừa bậc n và nêu lên nhị thức $(a + b)^n$ nổi tiếng được gọi là *nhị thức Niuton*.

Niuton sinh ngày 5-1-1643 là con một gia đình điền chủ ở Vunxtôn, miền nam nước Anh. Bố ông mất trước khi ông ra đời, mẹ đi bước nữa khi bé Niuton mới lên ba. Do đó bà nội đã nuôi cháu trong cảnh nhà sa sút, quanh hiu. Hoàn cảnh này đã ảnh hưởng đến tính tình của Niuton, ông thích sống lặng lẽ, trầm ngâm và vì thế mà già trước tuổi.

Năm lên sáu, bà nội cho cháu vào học trường làng và đến năm cháu 12 tuổi thì bà gửi đến học nội trú ở một lớp tư của một người làm nghề bán thuốc tên là Klakoi ở thành phố Gren Hun.

Người ta kể lại rằng: năm đầu tiên ở lớp tư này, Niuton chưa có biểu hiện gì về khả năng học toán, đến năm thứ hai lại kém toàn diện và hay bị bắt nạt. Một buổi ra chơi cậu bị một học sinh lớn học giỏi nhất lớp đánh cho ngất lịm. Vì yếu thế về sức khỏe và về học lực, Niuton không dám đánh lại mà đã tìm ra một cách trả thù độc đáo: quyết tâm học thật giỏi để đứng đầu lớp, như thế là có dịp tốt nhất để dè dặt cậu học sinh lớn tuổi nọ. Chỉ vài tháng sau, Niuton đã đứng đầu lớp và từ đó bạn bè càng ngày càng mến phục.

Thành công này được duy trì hết lớp này đến lớp khác, ông luôn luôn đứng đầu lớp và rất giỏi về toán. Năm 1661, khi 18 tuổi ông đã thi vào học Trường Đại học Tổng hợp Cambrigiơ.

Ngay từ nhỏ ông đã học tiếng La tinh, tiếng Hi Lạp, tiếng cổ Do Thái, tiếng Đức, tiếng Pháp. Vào những lúc rỗi rãi ông thích làm đồ chơi như làm cối xay, đồng hồ nước, đồng hồ mặt trời.

Thời gian ở Trường Đại học Cambrigio, các sinh viên được phân chia theo địa vị của cha mẹ thành nhiều loại. Loại cao cấp được học bổng cao và được quyền ăn cùng với các giáo sư. Loại cấp thấp không được học bổng và phải phục vụ cho các sinh viên giàu có và một số giáo sư. Niuton thuộc loại sau.

Những năm tuổi trẻ của Niuton trùng với những năm cách mạng tư sản Anh. Giai cấp tư sản non trẻ bắt đầu thành lập hạm đội và quân đội lớn mạnh. Nước Anh lúc đó đua tranh với nước Hà Lan về mặt đường biển cũng như về mặt khai thác đất đai. Việc giao thông trên mặt biển đòi hỏi về vận tốc mới của tàu bè, về những phương pháp xác định tọa độ ngoài biển khơi, v.v... Thực tế đó đặt cho khoa học nhiệm vụ phải giải quyết. Trong toán học phải có những phương pháp mới, phải có cách mạng trong khoa học mới tiến lên những bước quyết định được.

NIUTON VÀ CƠ SỞ CỦA NỀN TOÁN HỌC HIỆN ĐẠI

Cuộc cách mạng trong khoa học do nhà bác học Đêcac thực hiện một số năm trước khi Niuton ra đời được đánh dấu bởi sự kiện Đêcac đưa vào trong toán học khái niệm về đại lượng biến đổi và hàm số. 15 năm sau khi Đêcac mất, Niuton đã áp dụng khái niệm về đại lượng biến đổi và tương quan hàm số

để lập nên cơ sở của một khoa học mới là *phép tính vi tích phân*, một bộ phận quan trọng của nền toán học hiện đại.

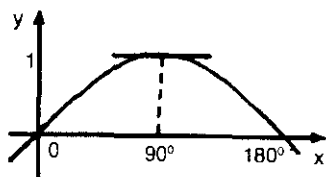
Cũng cần nhắc rằng, song song với Niuton và hầu như độc lập với ông, nhà bác học Đức Leibnit đã đạt được những kết quả tương tự. Có thể nói cả hai nhà bác học này đã thành lập cơ sở của nền toán học hiện đại và Niuton thì có cống hiến sớm hơn một ít.

Chương trình phổ thông không cho phép đề cập tới phép tính vi tích phân một cách tỉ mỉ. Tuy nhiên ta có thể xét một ví dụ cụ thể như sau:

Cho một sợi dây dài $2p$; làm thế nào để gấp sợi dây đó thành hình chữ nhật mà diện tích lớn nhất? Nói cách khác, trong tất cả hình chữ nhật có chu vi $2p$ cho trước hãy tìm hình chữ nhật có diện tích lớn nhất.

Muốn giải bài toán này ta phải dùng khái niệm đã biết về đại lượng không đổi và biến đổi, hàm số và đối số, biểu diễn tương quan hàm số bằng đồ thị. Giả sử các khái niệm đó đã được nắm vững ta hãy đi xa hơn.

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x , chiều ngang là $p - x$, diện tích là y . Ta có: $y = x(p - x)$



(H.25)

Cách giải bài toán này dựa vào phát minh rất quan trọng sau đây của nhà bác học Đức *Kêple*.

Ta xét đồ thị hàm số $y = \sin x$ (H.25)

Với $x = 90^\circ$ thì $y = 1$. Ta hãy lấy

hai giá trị góc: giá trị thứ nhất xấp xỉ nhỏ hơn 90° (chẳng hạn $89^\circ 30'$) và giá trị thứ hai xấp xỉ lớn hơn 90° (chẳng hạn $90^\circ 30'$). Ứng với cả hai giá trị này của x hàm số y có giá trị nhỏ hơn khi $x = 90^\circ$. Vậy với $x = 90^\circ$ hàm số y đạt giá trị cực đại. Kêple đã nêu lên rằng với giá trị của x mà hàm số y có giá trị cực đại thì sự biến thiên của hàm số sát gần giá trị cực đại đó có một đặc điểm đáng chú ý. Cần nêu thêm rằng, khi hàm số đạt giá trị cực đại đó thì nó biến thiên rất chậm xung quanh vị trí đó.

Thật thế, hãy chú ý đến đường $\sin$ ở trên. Giữa 0° và 90° thì đồ thị đi lên, giữa 90° và 180° thì đồ thị lại đi xuống và gần 90° thì từ lên dốc lại xuống dốc, hàm số thay đổi rất ít. Kêple đã xác lập rằng nếu với giá trị của đối số x mà hàm số y có giá trị cực đại và ta cho x một số gia rất nhỏ thì y hầu như không đổi (chẳng hạn, $\sin 90^\circ 00' 01''$ có thể coi bằng $\sin 90^\circ$ tức là 1).

Gọi số gia của đối số là Dx thì $(x + Dx) \cdot (p - (x + Dx))$ hầu như bằng y , tức là $x(p - x)$.

Như vậy ta có thể viết phương trình gần đúng sau đây:

$$x(p - x) = (x + \Delta x)(p - x - \Delta x)$$

Sau khi biến đổi ta được: $x(p - 2x - \Delta x) = 0$

Giá trị Δx rất nhỏ nhưng không bằng 0 nên có thể bỏ nó đi và được: $p - 2x - \Delta x = 0$ hay $p = 2x + \Delta x$

Bây giờ giá trị Δx có thể lấy nhỏ bao nhiêu tùy ý, thực tế có thể bỏ qua, vậy: $p = 2x$, từ đó: $x = \frac{p}{2}$.

Chiều dài của hình chữ nhật phải tìm bằng nửa chu vi và chiều ngang bằng nửa kia. Vậy trong tất cả hình chữ nhật có

chu vi cho trước thì hình có diện tích lớn nhất là hình vuông.

Trong gần 2 thế kỉ, phương pháp của Niuton và Lebnit được chính xác hóa, mở rộng và phát triển. Bằng phép tính vi tích phân, toán học đã góp phần giải quyết những vấn đề phức tạp của khoa học và kĩ thuật.

NIUTON VỚI VIỆC CẢI TIẾN TIỀN TỆ Ở NƯỚC ANH

Niuton lãnh đạo Hội Khoa học Hoàng gia Anh (tương đương với Viện Hàn lâm Khoa học) trong 23 năm. Ông lại còn có công lớn trong việc *cải tiến tiền tệ ở nước Anh*. Đến cuối thế kỉ thứ 17, kĩ thuật về tiền tệ nước Anh còn chưa hoàn chỉnh, đồng tiền này nhẹ, đồng tiền kia nặng. Vì vậy phải cải tiến kĩ thuật đúc tiền và Niuton đã thành công tốt đẹp trong vấn đề này.

Ông mất ngày 21-2-1727. Trên bức tượng ông dựng ở Trường Đại học Cambrigiơ người ta đã khắc câu sau đây:

"Người vượt lên nhân loại bằng sức mạnh tư tưởng của mình".

BÀI TOÁN VỀ BÒ ĂN CỎ

Niuton đã đặt ra một bài toán về bò ăn cỏ như sau:

"3 con bò trong hai tuần lễ ăn hết 2 hecta cỏ sẵn có và số cỏ mọc trên đó trong hai tuần lễ; 2 con bò trong bốn tuần lễ ăn hết 2 hecta cỏ sẵn có và số cỏ mọc trên đó trong bốn tuần lễ. Hỏi có mấy con bò trong 6 tuần lễ ăn hết 6 hecta cỏ sẵn có và

số cỏ mọc trên đó trong 6 tuần lễ? (giả sử trước khi bò ăn, mọi cây cỏ đều cao bằng nhau, và sau khi bò ăn, tốc độ mọc của cỏ cũng bằng nhau)".

Đây là một bài toán không đơn giản. Giả sử x là số bò cần tìm, y là độ cao của cỏ trước khi bò ăn, z là độ cao của cỏ mọc trong mỗi tuần lễ.

Theo câu thứ nhất trong bài ra thì 3 con bò trong 2 tuần lễ ăn hết một số cỏ là $2(y + 2z)$, do đó mỗi con bò trong mỗi tuần ăn hết:

$$\frac{2(y + 2z)}{3 \cdot 2} = \frac{y + 2z}{3}$$

Theo câu thứ hai trong bài ra thì số cỏ mà 2 con bò ăn hết trong 4 tuần lễ bằng $2(y + 4z)$, do đó mỗi con bò trong mỗi tuần ăn hết:

$$\frac{2(y + 4z)}{2 \cdot 4} = \frac{y + 4z}{4}$$

Một cách tương tự, x con bò trong 6 tuần lễ ăn hết 6 hecta cỏ và số cỏ mọc trên đó trong 6 tuần lễ, tức là số cỏ ấy bằng $6(y + 6z)$, do đó mỗi con bò trong mỗi tuần ăn hết:

$$\frac{6(y + 6z)}{6x} = \frac{y + 6z}{x}$$

Bây giờ lấy những khối lượng cỏ mà 1 con bò ăn trong mỗi tuần làm tiêu chuẩn thì ta sẽ có hệ phương trình:

$$\frac{y + 2x}{3} = \frac{y + 4z}{4} = \frac{y + 6z}{x}$$

Giải ra tìm được $x = 5$.

Vậy 5 con bò ăn hết 6 hecta cỏ có sẵn và số cỏ mọc trên đó trong 6 tuần lễ.

OCLIT

(EUCLIDE)



Vào cuối thế kỉ thứ 4, toàn bộ kiến thức toán học được học trong nhà trường Platông đều được tập hợp trong công trình của Oclit mà như người ta sau này đánh giá: *“đó là mẫu mực cho hàng nghìn năm”*.

Tập *“Cơ bản”* của Oclit đã trở thành một trong những thành tựu lớn nhất của nền văn hóa thế giới. Toàn bộ nhân loại đều đã học hình học theo tập *“Cơ bản”*. Hiện nay trong một số trường học của nước Anh người ta cũng dạy môn hình học theo bản dịch tập *“Cơ bản”* ra tiếng Anh có sửa chữa, và sách giáo khoa hình học phổ thông ở Anh gọi tên là *“Oclit”*.

Thật vậy, Oclit xứng đáng được nhận vinh quang đó nhờ tài năng sự phạm của mình. Oclit là một người thầy vĩ đại nhất mà cả lịch sử toán học đều ghi nhận.

OCLIT – NHÀ SỰ PHẠM LỐI LẠC

Chúng ta biết gì về cuộc đời của Oclit? Ông dạy toán ở

Alexsăngđrri, già hơn Acsimet (vì Acsimet mất năm 212 trước Công nguyên).

Người ta kể lại *câu chuyện thú vị* sau đây: Một trong những học trò bắt đầu học môn hình học của Oclit đã hỏi ông như sau: “Tôi có thể kiếm được gì nếu tôi học thuộc được tất cả sách của ngài?”. Oclit đã gọi người hầu lại bảo: “Hãy cho anh ta 3 đồng vì anh ta muốn kiếm được tiền bằng học thuyết của ta”.

Phải thừa nhận rằng Oclit có khả năng bẩm sinh tuyệt vời về sự phạm. Một ví dụ rất rõ về nghệ thuật sự phạm đó là sắp xếp vấn đề lí thuyết về tỉ lệ rất khó vào quyển V của tập “Cơ bản”, còn những vấn đề quan trọng khác thì trình bày trong 4 quyển đầu. Nhờ vậy mà những học sinh trung bình đều có thể nắm được 4 quyển đầu không sợ gặp phải những điều rất khó ngay từ đầu. Còn nhiều thí dụ tương tự chứng tỏ tài năng sự phạm của Oclit.

Oclit là người kế tục trường phái Platông. Thật thế, toàn bộ tác phẩm của ông đều phản ánh truyền thống của trường phái này. Platông đã nhấn mạnh là muốn nắm vững triết học phải nắm vững bốn môn khác là: số học, hình học, lí thuyết hòa âm, thiên văn. Chính 4 khoa học này đều được Oclit trình bày rõ ràng và sáng tạo trong các tác phẩm của mình. Hai môn số học và hình học đưa ra trong tập “Cơ bản”, môn lí thuyết hòa âm trong tập “*Thiết diện cônic*” và trong tập “*Hiện tượng*” ông trình bày thiên văn theo quan điểm Platông như một học thuyết về mặt cầu xoay đều.

Như đã nói ở trên, tập “Cơ bản” là một tác phẩm tổng kết các công trình toán học của các nhà toán học trước đó. Vì vậy theo cách đánh giá của các nhà bác học thì “Oclit là một nhà sư phạm lỗi lạc nhưng chưa phải đã là một thiên tài sáng tạo”. Tuy nhiên cũng phải thấy rằng Oclit đã có công lớn trong việc sưu tầm, phân loại, sắp xếp, bổ sung những kiến thức toán học rải rác của các nhà toán học để xây dựng Kim tự tháp Ai Cập từ 3000 năm trước Công nguyên. Ông đã trở thành *nhà xây dựng và tổng hợp vĩ đại với tám gương lao động cần cù, bền bỉ, thận trọng, trung thực*. Ông đã ngày đêm miệt mài viết trên những cuốn sách da cừu, sau này được in thành sách lưu truyền từ thế hệ này sang thế hệ khác. Cho tới nay tập “Cơ bản” đồ sộ đó của Oclit “vững chắc và tuyệt đối hoàn chỉnh đến mức không thể có cuốn sách nào có thể so sánh được” và trong bao nhiêu thế kỉ đã là cuốn sách giáo khoa duy nhất về toán ở châu Âu và ở toàn thế giới.

TÁC PHẨM “VỀ NHỮNG ĐẠI LƯỢNG CHO TRƯỚC”

Tác phẩm “Về những đại lượng cho trước” có giá trị lớn đối với lịch sử đại số học. Tác phẩm này chứa những mệnh đề kiểu sau đây:

Nếu một số đại lượng được cho trước hoặc được xác định thì những đại lượng khác cũng sẽ được xác định. Chẳng hạn:

Mệnh đề 2: Nếu đại lượng A và tỉ số $A : B$ được xác định thì B cũng sẽ được xác định.

Mệnh đề 7: Nếu $A + B$ và $A : B$ được xác định thì A và B cũng sẽ được xác định.

Lại còn có những mệnh đề về đường thẳng cho trước bởi “vị trí”, về tam giác cho trước bởi “hình dạng”, chẳng hạn cho trước hai góc hoặc một góc và tỉ số hai cạnh kề. Rồi đến những mệnh đề về đa giác và diện tích của chúng, chẳng hạn:

Mệnh đề 55: Nếu diện tích được xác định theo hình dạng và theo độ lớn thì mỗi cạnh cũng sẽ được xác định theo độ lớn.

Các mệnh đề 84 và 85 nói rằng hai đoạn thẳng sẽ được xác định nếu hiệu và tích các độ dài của chúng hoặc tổng và tích các độ dài của chúng được xác định. Đó là loại toán:

$$\begin{cases} x - y = a \\ xy = b \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x + y = a \\ xy = b \end{cases}$$

Mệnh đề 86 đề cập tới hệ phương trình khó hơn dạng:

$$\begin{cases} xy = b \\ y^2 = \alpha x^2 + C \end{cases} \quad (*)$$

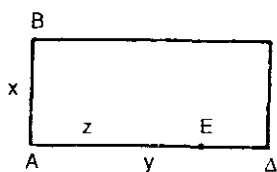
Loại toán (*) đã từng có trong các bài toán đại số thời Babilon. Cách giải khi đó là đem bình phương hai vế của phương trình thứ nhất, sẽ được tích và hiệu của y^2 và αx^2 , điều này không giải quyết được với môn đại số hình học. Oclit đã đạt được mục đích khi đưa vào ẩn số phụ z .

Xác định diện tích C theo y và z được $C = yz$ (diện tích hình chữ nhật). Như vậy hệ (*) được thay thế bằng hệ 3 phương trình sau:

$$\begin{cases} xy = b \\ yz = c \\ y(y - z) = \alpha x^2 \end{cases}$$

Từ hai phương trình đầu suy ra tỉ số: $\frac{z}{x} = \frac{c}{b}$ được xác định.
 Vậy tỉ số $z^2 : x^2$ cũng được xác định.

Nhưng dựa vào phương trình thứ ba thì $x^2 : y(y - z)$ cũng được xác định, $z^2 : y(y - z)$ và $z^2 : (4y(y - z) + z^2)$ cũng vậy, hay tỉ số $z^2 : (2y - z)^2$ được xác định.



(H.26)

Như thế các tỉ số $z : (2y - z)$; $z : 2y$; $z : y$ hoặc $z^2 : yz$ đều được xác định. Nhưng yz đã cho trước, vậy cũng sẽ cho trước z^2 , rồi z , v.v... Tất cả những điều này được phát biểu theo ngôn ngữ hình học, riêng Oclit đã viết $A\Delta$,

AE và $E\Delta$ thay cho y , z và $y - z$ (H.26).

OCLIT VÀ TOÁN HỌC ỨNG DỤNG

Oclit còn để lại một số tác phẩm như:

- Về những sai lầm trong toán học.
- Về thiết diện cônic.
- Quỹ tích trên bề mặt.

Ngoài ra về *toán ứng dụng*, ông đã viết:

- Nghiên cứu về phối cảnh.
- Lí thuyết về biểu diễn qua gương.
- Lí thuyết về âm nhạc.
- Thiên văn sơ cấp.

OLE

(LÉONARD EULER)



Trong toán học phổ thông; chúng ta biết khá nhiều về những cống hiến của Ole, nào là: đường thẳng Ole, đường tròn chín điểm của Ole, công thức Ole $d^2 = R^2 - 2Rr$ trong tam giác, hệ thức Ole giữa số đỉnh, số mặt và số cạnh $d + m = c + 2$ trong một khối đa diện. Ole cũng đã đưa ra nhiều kí

hiệu toán học được dùng đến ngày nay như số π , số i (căn bậc hai của -1), $\sin$, $\cos$, $\lg$, số gia Δx , Σ (tổng), v.v...

TÀI NĂNG CÓ MỘT KHÔNG HAI CỦA OLE

Aragô đã nói như sau: "*Ole tính toán không có gì khó khăn, như con người thợ, như phượng hoàng bay lượn trong gió*". Điều nhận xét này không có gì quá đáng vì thực tế Ole có một tài năng đặc biệt về toán học. Ole viết các công trình toán học của mình dễ dàng như một nhà văn có tài viết thư cho bạn thân của mình. Mặc dầu ông bị mù trong suốt 17 năm cuối đời

nhưng việc nghiên cứu và cống hiến cho toán học không vì thế mà giảm sút. Trái lại sự mất mát khả năng nhìn đã giúp ông nhận thức rõ hơn thế giới bên trong trí tưởng tượng của mình.

Ngày nay người ta chưa biết đầy đủ tầm vóc của sự nghiệp toán học của Ole, nhưng sơ bộ đánh giá nó vào khoảng 60 đến 90 bộ sách lớn, mỗi bộ khoảng 600 trang.

Ole bước vào toán học đúng vào năm Niuton mất. Khi đó, hình giải tích được công bố năm 1637 đã được áp dụng 90 năm, phép tính vi tích phân đã được 50 năm, định luật vạn vật hấp dẫn của Niuton – chìa khóa của ngành thiên văn vật lý – đã được 40 năm. Trong mỗi lĩnh vực này, người ta đã giải quyết được khá nhiều vấn đề riêng lẻ, nhưng chưa có ai dám bắt tay vào việc hệ thống hóa toàn bộ toán học thuần túy và ứng dụng trong giai đoạn này.

Chỉ có Ole với tài năng đặc biệt, với đầu óc vĩ đại, đã tỏ rõ *năng lực có một không hai trong cả lĩnh vực chủ yếu của toán học: cái “liên tục” và cái “rời rạc”*.

Ole sống trong thế kỉ thứ 18, vào giai đoạn mà các trường đại học châu Âu không phải là những trung tâm chính về nghiên cứu. Toán học đã gắn với thời cổ để được trọng vọng. Chỉ có một số Viện Hàn lâm Hoàng gia được một số vua tiến bộ quan tâm còn chú ý đến sự phát triển của khoa học. Beclin và Xanh Pêtecbuga là hai nơi đầu não của sự sáng tạo toán học và là chỗ dựa của Ole. Viện Hàn lâm Beclin ngày càng giảm tác dụng trong suốt 40 năm và nhờ Vua Frêdêric Đại đế mà

trở lại sức sống mới với sự có mặt của Ole. Viện Hàn lâm Xanh Pêtecbuga cũng vậy. Hai trung tâm này đã phát triển mạnh và có nguồn tài chính khá dồi dào để tiến hành nghiên cứu khoa học và trả tiền cho các nhà khoa học về lương và phụ cấp. Gia đình của Ole có đến 18 người nhưng vẫn sống sung túc.

Ole sinh ngày 15 tháng 4 năm 1707 tại Balơ (Thụy Sĩ). Bố Ole cũng là một nhà toán học, học trò của Becnuli, nhưng ít quan tâm đến việc học toán của con. Khi Ole vào Trường Đại học Balơ thì phải học môn thần học và tiếng Hêbrơ theo ý kiến của bố ông. Riêng Becnuli nhận ra năng khiếu về toán của Ole đã bố trí dạy ông mỗi tuần một buổi. Và Ole đã tích cực chuẩn bị để tiếp thu buổi dạy tuần sau. Năm 17 tuổi, ông nhận bằng giáo sư (1724) và bố ông lại có ý định buộc ông thôi dạy toán và nên đi dạy thần học. Becnuli đã thuyết phục ông bố là Ole sẽ thành một nhà toán học lớn, đừng để đi vào thần học, uổng tài năng.

Năm 19 tuổi, Ole bắt đầu có công trình độc lập. Gia đình Becnuli đã tìm cách giới thiệu Ole vào các Viện Hàn lâm, nhưng cuối cùng ông đã học y ở Balơ và nghiên cứu về môn sinh lí. Môn này đã giúp ông nghiên cứu toán học về âm thanh rồi về sự truyền sóng và ông không hề rời bỏ toán học.

OLE Ở NGÀ

Năm 1727 nhờ gia đình Becnuli giới thiệu, Ole được tới Xanh Pêtecbuga công tác ở khoa y của Viện Hàn lâm. Điều

không may đã xảy đến, ngay hôm Ole tới nước Nga thì Hoàng hậu Catêrin đệ nhất mất. Những người kế tục sau này đã coi Viện Hàn lâm là một vật trang trí vô ích và trong vài tháng đã có dự kiến đuổi những cộng tác viên nước ngoài về nước họ. Trong lúc nhốn nháo này Ole đã rời khoa y chuyển sang khoa toán.

Mọi việc trở lại bình thường qua cơn sóng gió đó. Ole bắt đầu làm việc tích cực, suốt 6 năm lăn lộn với toán học vì ông ngại tham gia vào đời sống xã hội lúc bấy giờ đầy rẫy những tên tình báo.

Năm 1733, Ole lúc đó 26 tuổi, đã bắt đầu giảng dạy toán ở Viện. Cảm thấy rằng mình có thể phải cột chặt ở Xanh Pêtecbuga ông đã lấy con gái của một họa sĩ mà Pi-e Đại đế mang theo khi tới nước Nga.

Ole thuộc về lớp những nhà toán học lớn có thể làm việc bất cứ ở đâu và trong bất cứ hoàn cảnh nào. Ông say sưa với đàn con (ông có đến 13 con mà 8 đã mất khi còn nhỏ), thường viết công trình toán với một đứa con nhỏ ngồi trên đùi còn các đứa con khác thì chơi xung quanh ông. Ông đã viết tác phẩm toán học một cách dễ dàng mà ít ai có thể tưởng tượng nổi.

Tình hình Viện Hàn lâm Xanh Pêtecbuga ngày càng tốt lên khi Ana Ivanôva – cháu gái của Pie Đại đế – lên ngôi năm 1730. Trong thời gian này một sự bất hạnh đã đến với Ole. Viện Hàn lâm Khoa học Pari đặt giải thưởng cho người nào giải được một bài toán về thiên văn. Các nhà toán học đã phải

đế 3 tháng mới giải được, riêng Ole chỉ giải quyết nó trong 3 ngày. Sự cố gắng phi thường này đã khiến ông bị bệnh và hỏng mắt mắt phải.

CÂU CHUYỆN VỀ OLE VÀ ĐIDORÔ

Có một câu chuyện lí thú về Ole và nhà triết học Đidorô. Được Hoàng hậu Catorin mời, Đidorô đã tới nước Nga và đi truyền bá trong triều đình về chủ nghĩa vô thần. Được tin báo, Hoàng hậu Catorin đã nhờ Ole khóa miệng Đidorô lại, công việc này quá dễ dàng đối với Ole.

Người ta kể lại rằng: “Đidorô được báo tin là một nhà toán học tài giỏi có một chứng minh đại số về sự tồn tại của Thượng đế và sẽ trình bày trước triều đình nếu ông muốn nghe thì xin mời dự.

Đidorô nhận lời vui vẻ. Ole đã tiến thẳng tới Đidorô và nói với một giọng đầy tin tưởng như sau: “Thưa ngài, $\frac{a + b^n}{n} = x$, vậy Thượng đế tồn tại, mời ngài trả lời”. Đidorô bối rối im lặng trong khi mọi người được một trận cười. Nhà triết học đành phải xin cáo từ Hoàng hậu Catorin để trở về Pháp”.

Tất cả hoạt động của Ole trong thời gian ở nước Nga không phải chỉ có toán học. Mỗi khi Chính phủ nhờ ông vận dụng toán học để giải quyết những vấn đề không quá xa trong lĩnh vực này, ông vẫn nhận lời vui vẻ. Vì thế ông đã viết sách giáo khoa toán sơ cấp cho các trường học ở Nga, đã xem lại tổ chức cơ quan địa lí của Chính phủ, cộng tác về cải tổ hệ thống đo

luồng, tìm cách thực tiễn để thử lại các cân. Những việc này chỉ là phần nhỏ trong toàn bộ hoạt động toán học của Ole.

Một trong những công trình quan trọng của Ole trong giai đoạn đó là tác phẩm về cơ học (1736), trong đó ông đã giải phóng những sợi dây ràng buộc về chứng minh tổng hợp và đã làm cho cơ học trở thành một khoa học phân tích. Lần đầu tiên sức mạnh của phép tính vi phân được áp dụng vào cơ học và một kỉ nguyên hiện đại của khoa học cơ bản này bắt đầu.

OLE Ở BECLIN

Sau khi Hoàng hậu Anna mất, Ole đã nhận lời mời của Vua Frédéric Đại đế đến làm việc ở Viện Hàn lâm Beclin. Ông đã sống ở Beclin trong 20 năm tiếp theo của cuộc đời ông. Trong thời gian này, Vua Frédéric đã sử dụng tài năng toán học của Ole để giải quyết những vấn đề thực tiễn như đúc tiền, làm ống dẫn nước, đào kênh giao thông, v.v...

Nước Nga vẫn không bao giờ quên Ole và đã trả cho ông tiền phụ cấp mặc dầu ông ở Beclin. Tuy gia đình đông người nhưng hoàn cảnh Ole vẫn sung túc. Ngoài ngôi nhà ở Beclin ông còn có một trang trại ở Saclôtténbua. Khi quân Nga chiếm đóng Brăngđénbua năm 1760, trang trại của Ole bị phá hoại. Viên tướng người Nga tuyên bố “không gây chiến với khoa học” đã đền bù thiệt hại cho Ole vượt quá những thiệt hại thực tế. Hoàng hậu Elidabet, khi được tin về sự thiệt hại mà Ole phải chịu, đã gửi cho ông một số tiền lớn bù thêm vào số tiền do viên tướng Nga đã đền bù cho ông.

Những công trình lớn về phép tính vi tích phân của Ole xuất bản vào các năm 1748, 1755, 1768–1770 đã là nguồn nghiên cứu cho các thanh niên để trở thành những nhà toán học lớn trong khoảng ba phần tư thế kỉ. Nhưng tác phẩm lớn về *phép tính biến phân* đã chứng tỏ Ole là một nhà toán học hàng đầu. Trong ngành cơ học giải tích, Ole đã nêu lên một loạt phương trình cơ bản về chuyển động các chất lỏng mà ngày nay được sử dụng trong thủy động học.

Ole không chỉ là nhà toán học vĩ đại mà ông còn có kiến thức rộng về văn hóa và về tất cả các khoa học kể cả sinh vật học.

Một tác phẩm viết tại Beclin chứng tỏ rằng Ole còn là một nhà văn có tài. Ông là tác giả của *“Những bức thư gửi cho một công chúa Đức”*, trong đó ông đã trình bày những bài học về cơ học, quang học, thiên văn học, âm học, v.v... cho cháu gái của Vua Frédéric là công chúa Anna Đetxô. Những bức thư này được nhiều người biết đến và công bố bằng 7 thứ tiếng.

Đầu óc của Ole vẫn minh mẫn cho tới khi chết. Ông mất ngày 18 tháng 9 năm 1783 thọ 77 tuổi. Buổi chiều hôm đó ông đang chơi với cháu và uống trà thì bất thần bị ngất. Cái điều nhỏ rời khỏi ngón tay và ông kêu lên “Tôi chết!”. Vào phút cuối cùng đó *“Ole đã ngừng sống và ngừng tính toán”*.

ORATÔTXTEN

(ERATOSTHÈNE)

Khi học về số nguyên tố, chúng ta đều biết đến cái “*sàng Oratôtxten*”. Đó là một phát minh nổi tiếng của ông trong lý thuyết số. Muốn thành lập bảng số nguyên tố từ 1 đến 100 chẳng hạn thì viết các số tự nhiên từ 1 đến 100, rồi gạch tất cả các số không nguyên tố: các bội số của 2, của 3, của 5, của 7. Những số còn lại không bị gạch là số nguyên tố.

Ông sống khoảng năm 276–194 trước Công nguyên ở cổ Hi Lạp, và là bạn của Acsimet.

NHÀ BÁC HỌC NỔI TIẾNG Ở NHIỀU LĨNH VỰC

Ông là một nhà bác học say sưa lao động, hết lòng vì sự nghiệp khoa học, nhưng chưa phải là thiên tài như Acsimet. Bạn bè gọi ông là “bêta” tức nhân vật số hai; ngoài ra người ta còn gọi ông là “pentalôs” tức là “nhà 5 môn điền kinh”, coi ông là một “nhà thể thao” toàn tài, đạt nhiều kết quả tuyệt vời trong nhiều lĩnh vực khác nhau, nhưng chưa bao giờ trở thành nhà vô địch ở một môn nào.

• Ông rất nổi tiếng ở nhiều lĩnh vực như toán học, địa lý, lịch

sử, triết học và thơ ca. Đặc biệt ông đã làm thơ rất tinh tế về nhân đôi hình lập phương, làm thơ kể về các vì sao trên bầu trời dưới dạng câu chuyện phiêu lưu trong vũ trụ. Ông thường sưu tầm các huyền thoại về các chòm sao. Ông còn tính toán độ nghiêng của đường hoàng đạo, khoảng cách từ Quả đất đến Mặt trời và Mặt trăng, chu vi Quả đất. Ông đã lập bản đồ thế giới mới dựa trên giả thuyết Quả đất hình cầu và viết những công trình nghiên cứu rất sâu về hài hước cổ Hi Lạp.

Ông là người sáng lập về niên đại, tức cách xác định chính xác ngày tháng của các sự kiện lịch sử.

Khoảng năm 260 trước Công nguyên, Oratôtxten đã rời quê hương trên bờ sông châu Phi để tới thủ đô Aten của Hi Lạp tiếp tục việc nghiên cứu. Theo ông kể lại thì ông đã tới Aten rất đúng lúc, đúng thời cơ vì lúc đó ở Aten đang có mặt nhiều vĩ nhân của triết học, đó là thời đại phát triển của nhiều trường phái triết học.

Tiếp thay, vào cuối đời ông đã trở nên mù quáng, mê muội đến nỗi tự tử!

Hãy nói về tác phẩm niên đại của ông. Ông là người rất cẩn thận trong vấn đề này. Nguyên tắc của ông đề ra là dùng dùng đến huyền thoại mà không thể kiểm tra được, phải ghi chú ngày tháng trên tài liệu gốc, nguyên bản, chẳng hạn danh sách những người thắng cuộc trong các kì thi Ôlempic. Ngoài ra phải đánh giá một cách khách quan thời gian xảy ra sự kiện.

Tác phẩm của ông về *đo lường Quả đất* được viết rất thận

trọng. Những đánh giá cổ xưa mà Acsimet nhắc tới xuất phát từ quan niệm là khoảng cách từ một nơi này đến một nơi khác ở Ai Cập bằng 20 000 đơn vị dài “stadi” được ông nghiên cứu lại. Do khoảng cách này thực tế đo được cả trên bộ và cả trên biển nên khó mà kiểm tra. Vì thế ông đã lấy một khoảng cách nhỏ hơn để có thể đo chính xác, cụ thể từ thành phố Alêxăngđri đến thành phố Xiêna ở Ai Cập và đã kết luận khoảng cách bằng 5 000 đơn vị dài “stadi”.

Sau đó ông đã phát hiện được là trong mùa hè, Mặt trời ở thành phố Xiêna đứng ở thiên đỉnh còn ở thành phố Alêxăngđri thì nó lệch khỏi thiên đỉnh khoảng $\frac{1}{50}$ của 4 vuông (tức 360°), từ đó ông suy ra chu vi của quả đất bằng $50 \cdot 5000 = 250\,000$ đơn vị dài “stadi”. Ta không biết chính xác đơn vị dài “stadi” bằng bao nhiêu mét, nhưng rõ ràng cách làm của Oratôtxten tỏ ra thận trọng.

MƯỜI LOẠI SỐ TRUNG BÌNH

Có mười số trung bình sau đây:

- 1) $A - B = B - C$ hay $A + C = 2B$, đó là số trung bình cộng;
- 2) $A : B = B : C$ hay $AC = B^2$, đó là số trung bình nhân;
- 3) $\frac{A - B}{B - C} = \frac{A}{C}$, đó là số trung bình điều hòa;
- 4) $\frac{A - B}{B - C} = \frac{C}{A}$, đó là số trung bình điều hòa nghịch đảo;

- 5) $\frac{A-B}{B-C} = \frac{C}{B}$, đó là số trung bình thứ năm;
- 6) $\frac{A-B}{B-C} = \frac{B}{A}$, đó là số trung bình thứ sáu;
- 7) $\frac{A-C}{A-B} = \frac{B}{C}$ hay $A = B + C$, đó là số trung bình thứ bảy;
- 8) $\frac{A-C}{A-B} = \frac{A}{B}$, đó là số trung bình thứ tám;
- 9) $\frac{A-C}{A-B} = \frac{A}{C}$, đó là số trung bình thứ chín;
- 10) $\frac{A-C}{B-C} = \frac{B}{C}$, đó là số trung bình thứ mười.

Ba số trung bình đầu tiên là do trường phái Pitago tìm ra, ba số trung bình tiếp theo là do Êvôđôc tìm ra, còn bốn số cuối cùng là do Oratôttxten tìm ra.

Papi, nhà toán học cổ Hi Lạp, đã viết:

“Bây giờ ta phải chứng minh làm thế nào từ số trung bình nhân có được 10 số trung bình trên. Ta bắt đầu bằng định lý sau:

Mệnh đề 17. Giả sử A, B, C là ba số hạng tỉ lệ và giả sử:

$$D = A + 2B + C$$

$$E = B + C$$

$$F = C$$

ta sẽ được ba số hạng của tỉ lệ thức là D, E, F .”

“Papi đã dùng ba ví dụ để chứng minh rằng tất cả tỉ lệ thức

ba số hạng (A, B, C) đều suy ra được từ đẳng thức (1, 1, 1) bằng cách áp dụng mệnh đề 17.

Thật thế, từ tỉ lệ thức ba số hạng (1,1,1) và áp dụng mệnh đề 17 ta lần lượt được: 4, 2, 1 rồi 9, 3, 1, v.v... sau đó theo thứ tự ngược lại: 1, 2, 4, v.v... và lại vận dụng mệnh đề 17 sẽ được 9, 6, 4, v.v...

Cứ thế theo quá trình ngược lại ta có thể từ mỗi tỉ lệ thức với ba số hạng nguyên dẫn tới đẳng thức (1, 1, 1).

Một ví dụ khác:

"Mệnh đề 20. Nếu A, B, C tỉ lệ với nhau thì:

$$D = 2A + 2B + C$$

$$E = 2B + C$$

$$G = B + C$$

sẽ cho ta số trung bình điều hòa".

Chính Oratôtsten đã trình bày những vấn đề này với một vài hệ quả có tính triết học. Ông đã chứng tỏ rằng tất cả những phương trình trên, bằng cách thay thế tuyến tính đều có thể dẫn tới dạng $B^2 = AC$ hay $\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$.

PATXCAN

(BLAISE PASCAL)



TUỔI TRẺ CỦA PATXCAN VÀ SỰ GIÚP ĐỠ CỦA HAI NGƯỜI CHỊ THÂN YÊU

Patxcan sinh ngày 19 tháng 6 năm 1623 tại tỉnh Clecmông Ferăng nước Pháp. Ông mồ côi mẹ từ lúc 4 tuổi và có hai chị vừa xinh đẹp vừa có trình độ đã có ảnh hưởng quan trọng đến cuộc đời của ông.

Tác phẩm toán học của ông đánh dấu sự *sáng lập ra lý thuyết toán về xác suất*. Năm lên bảy tuổi, Patxcan theo bố và các chị lên Pari ở. Chính vào lúc này, bố Patxcan bắt đầu dạy con học. Cậu bé có thân hình yếu đuối bên cạnh bộ óc sáng suốt. Ban đầu việc học tiến hành trôi chảy, người bố rất ngạc nhiên trước sự tiếp thu nhanh nhạy của con trai mình. Để bảo vệ sức khỏe cho con, ông bố đã cấm con học toán vì sợ toán học sẽ làm con mệt óc. Bố Patxcan là một người huấn luyện giỏi nhưng lại là một nhà tâm lý kém: sự cấm đoán về học toán đã khiến cậu bé tăng thêm trí tò mò. Một hôm (lúc 12 tuổi), Patxcan hỏi bố hình học là cái gì. Bố đã mô tả cho

con một cách rõ ràng và Patxcan đã nhảy lên vì vui sướng.

Những bước đầu của ông về hình học đã trở thành một ví dụ đặc biệt có tính chất thần thoại về năng khiếu quá sớm đối với hình học. Thành tích đầu tiên của Patxcan là tự mình, không có sách vở nào cả, chứng minh rằng tổng các góc của một tam giác bằng hai vuông. Từ đó ông say sưa nghiên cứu và đã bước rất nhanh trên con đường này.

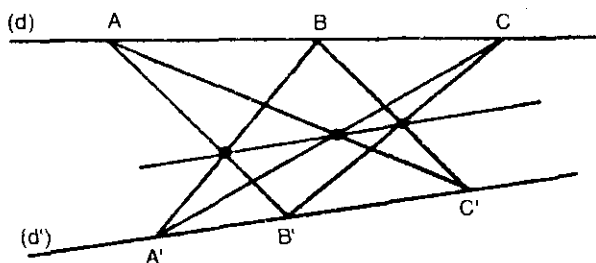
Bố ông vô cùng sung sướng thấy con mình có thể trở thành một nhà toán học, vội đưa cho con cuốn “*Cơ bản*” của Oclit. Patxcan đã vô lấy cuốn sách này và đọc như đọc truyện. Cậu bé đã bỏ các trò chơi để lao vào hình học. Cô chị Gilbectơ đã kể lại là em mình đã tự tìm ra 32 mệnh đề đầu tiên của Oclit và theo đúng thứ tự như Oclit đã sắp xếp, trong đó mệnh đề thứ 32 chính là chứng minh tổng các góc của một tam giác bằng hai vuông như đã nói ở trên. Năm 14 tuổi, Patxcan đã được tham gia những buổi tranh luận khoa học tổ chức hàng tuần do Macxen điều khiển, về sau tổ chức này trở thành Viện Hàn lâm Khoa học Pháp.

Một sự việc không hay xảy ra: bố Patxcan do thật thà và thẳng tính đã làm phật lòng Hồng y giáo chủ Risolio và gia đình đã phải hồi hộp chờ đợi sự trừng phạt của Risolio. May thay cô chị Jăccolin xinh đẹp và thông minh đã cứu cả gia đình bằng một bản nhạc biểu diễn tình cờ để Risolio giải trí. Khi ông này biết tên nữ nghệ sĩ trẻ tuổi đã tha thứ cho bố Patxcan và đã bố trí công việc cho ông tại Ruăng. Chính ở thành phố này mà Patxcan đã gặp và kết bạn với nhà viết văn và viết kịch Pháp nổi tiếng Cócny. Patxcan là nhà toán

học, còn Cócây không hề ngờ rằng người bạn thân của mình trở thành một trong những người sáng tạo về văn chương Pháp.

ĐỊNH LÝ LỚN PATXCAN

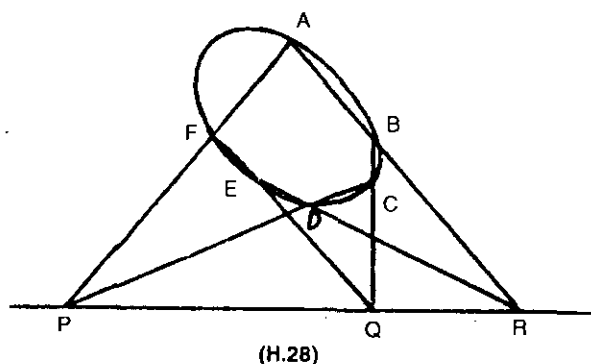
Trong suốt thời gian này, Patxcan đã làm việc không ngừng: trước năm 16 tuổi ông đã chứng minh được một trong những định lý đẹp nhất của hình học, sau này được đặt tên là “*định lý lớn Patxcan*”. Ta có thể phát biểu dưới một dạng đặc biệt định lý tổng quát này và ta có thể “*dùng*” lại chỉ bằng cái thước.



(H.27)

Ta kẻ hai đường thẳng (d) và (d') không song song. Trên (d) lấy ba điểm phân biệt A, B, C và trên (d') lấy ba điểm phân biệt A', B', C'. Nối các điểm này bằng những đường thẳng chéo: AB', A'B, B'C, CA', C'A. Hai đường thẳng của mỗi cặp cắt nhau tại một điểm. Ta được ba điểm mới. Trường hợp đặc biệt của định lý Patxcan nói ở đây là ba điểm này thẳng hàng (H.27).

Bây giờ xét một thiết diện conic, chẳng hạn elip, trên elip ta lấy 6 điểm A, B, C, D, E, F và nối chúng từng đôi, theo thứ



tự đó, bằng những đường thẳng. Ta được một lục giác nội tiếp trong elip mà AB và DE, BC và EF, CD và FA là những

cặp cạnh đối (H.28). Hai đường trong ba cặp đó cắt nhau tại một điểm và ba giao điểm P, Q, R này nằm trên một đường thẳng. Đó là *định lý Patxcan*. Có thể Patxcan lúc đầu đã chứng minh điều này đúng với đường tròn rồi mới chuyển sang elip.

Điều ngạc nhiên nhất là cậu bé 16 tuổi này đã viết một công trình về côníc với 400 mệnh đề về thiết diện côníc. Tiếc rằng công trình đầy đủ đã bị thất lạc. Chỉ có Leibnit đã đọc một bản và phát biểu rằng: hình học của Patxcan hoàn toàn khác với hình học cổ Hi Lạp, nó không phải là hình học mêtric mà là hình học chiếu.

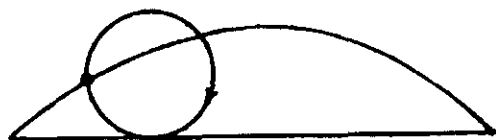
Từ năm 17 tuổi cho đến năm 39 tuổi, Patxcan đã sống phần lớn những ngày trong đau khổ: ban ngày thì bị rối loạn tiêu hóa, ban đêm thì thường xuyên mất ngủ. Nhưng ông vẫn làm việc không ngừng.

Năm 1648, Patxcan lại nổi bật lên trong lĩnh vực khoa học. Ông nghiên cứu công trình của Torixenli về áp lực khí quyển.

Bằng các thí nghiệm với phong vũ biểu, ông đã chứng minh những tính chất về áp lực khí quyển mà lúc đó chưa ai biết, tuy rằng ngày nay những tính chất này trở thành phổ biến đối với chúng ta. Anh rể của ông đã mang một phong vũ biểu lên đỉnh Puyđôđôm để ghi lại mực cột thủy ngân giảm xuống khi độ cao càng tăng, áp lực khí quyển giảm. Sau này khi trở về Pari, Patxcan đã cùng chị mình làm lại thí nghiệm đó.

Sau khi hai chị em Patxcan và Jăccolin trở về Pari, thì ông bố cũng trở về với các con vì bây giờ ông đã là cố vấn của nhà nước. Trong thời gian này, Đêcac đến thăm Patxcan và tỏ ra không tin rằng Patxcan có thể viết cuốn sách về côníc khi mới 16 tuổi và tham dự những buổi tranh luận khoa học hàng tuần lúc 14 tuổi. Việc này thể hiện trong thư của Đêcac gửi cho Mecxen. Do đó mà hai người không ưa thích nhau.

CÂU CHUYỆN VỀ ĐƯỜNG CONG XICLÔIT



(H.29)

Một câu chuyện khác về đường cong xiclôit (H.29). Đường cong này tạo nên do chuyển động của một điểm trên một đường

tròn lăn trên một đường thẳng, như là một bánh xe quay trên một bánh xe phẳng (đường thẳng được coi như đường tròn với bán kính bằng ∞). Đường cong xiclôit này đã được nhiều người đề cập tới như: Galilê đã đề nghị xây các vòm cầu theo dạng

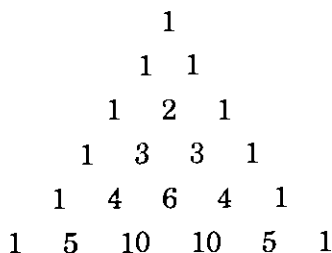
xiclôit, Huyghen đã sử dụng xiclôit trong khi chế tạo các đồng hồ quả lắc. Một đêm (1658) khi bị bệnh đau răng làm khô, Patxcan thử tập trung tư tưởng suy nghĩ về đường xiclôit này để quên đau. Lạ thay, rõ ràng ông đã khỏi đau trong đêm hôm đó. Ông tin rằng đây là “ý của Trời” nên suốt 8 đêm liên tục ông đã nghiên cứu về ý nghĩa hình học của đường xiclôit và tìm ra được khá nhiều vấn đề lí thú về đường cong này.

Nhưng trong năm này (1658) ông lại bị đau đầu liên tục kèm theo mất ngủ. Suốt 4 năm trời như vậy, ông phải nhường ngôi nhà mình ở cho một gia đình nghèo rồi về ở với chị Gilberto. Ngày 19 tháng 8 năm 1662 ông đã vĩnh biệt cõi đời vào lúc 39 tuổi. Cuộc giải phẫu sau đó đã chứng tỏ ông bị một vết thương trầm trọng ở óc. Thế mà Patxcan đã cống hiến không mệt mỏi cho toán học, vật lí và văn học Pháp với một số tác phẩm văn học nổi tiếng.

TAM GIÁC PATXCAN

Những người sáng lập ra lí thuyết xác suất là Patxcan và Fecma. Trong những bức thư trao đổi với nhau giữa hai người vào năm 1654, người ta thấy rằng cả hai đều có công ngang nhau trong việc sáng lập lí thuyết này; những vấn đề họ giải quyết chỉ khác nhau về chi tiết nhưng giống nhau về những nguyên tắc cơ bản.

Liên quan với những vấn đề giải tích tổ hợp và xác suất, Patxcan đã sử dụng tam giác số học sau:



Trong tam giác này những số thuộc mỗi dòng bắt đầu từ dòng thứ ba được suy từ dòng trước bằng cách viết 1 rồi cộng với những cặp liên tiếp các số từ trái sang phải, chẳng hạn $5 = 1 + 4$, $10 = 4 + 6$, $10 = 6 + 4$, $5 = 4 + 1$. Những số của dòng thứ n là những hệ số của khai triển nhị thức Newton $(1 + x)^n$. Ví dụ với $n = 3$ ta có $(1 + x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$ (dòng thứ 4), với $n = 4$ ta có $(1 + x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$ (dòng thứ 5).

Tam giác này gọi là *tam giác Patxcan*; có dạng một “tam giác” vô hạn về phía dưới. Tam giác này có một số tính chất đáng chú ý sau đây:

- Hai cạnh bên của tam giác gồm toàn số 1;
- Tam giác đối xứng đối với trục giữa;
- Nếu một số không thuộc cạnh bên của tam giác thì nó là tổng của hai số ở dòng trên và đứng gần nó nhất.

BÁNH XE HAY MÁY TÍNH PATXCAN

Đầu năm 1640, khi gia đình chuyển về Ruăng, bố Patxcan chuyển sang làm công tác tài chính. Patxcan đã phải giúp bố trong công việc tính toán công kênh, phức tạp. Cuối năm 1640,

ông nảy ra ý định *chế tạo máy tính* , “... mỗi trục hay mỗi bánh xe ở thứ tự nào đó sẽ gắn với 10 chữ số, mỗi khi quay một vòng chúng sẽ làm chuyển dịch một số...”. Sau 5 năm lao động căng thẳng, ông đã chế tạo xong chiếc máy tính làm được bốn phép tính số học rất tin cậy mà nguyên liệu là gỗ, ngà voi, thau, đồng. Người thời đó gọi nó là “bánh xe Patxcan”, thủy tổ của những máy tính ngày nay.

PITAGO

(PYTHAGORE)



Pitago sinh vào khoảng năm 580 trước Công nguyên trên đảo Xamóc. Người ta biết rất ít về cuộc đời của ông.

Ông đi du lịch rất nhiều nơi. Ông đã sống ở Ai Cập trong 22 năm để học tập nền khoa học Ai Cập. Ông đã tới Babilon, và sống ở đấy 12 năm, làm quen với những kiến thức khoa học của đất nước Babilon. Ông đã sang Ấn Độ tiếp xúc với nền văn hóa cổ ở đó.

Ông trở về tổ quốc khoảng 530 trước Công nguyên và thành lập trường triết học. Trường này hoạt động được 13 năm.

Trường phái Pitago đã ra đời ở Italia. Trường phái này nghiên cứu nhiều vấn đề khoa học tự nhiên và cả triết học nữa. Trường phái này cũng đã đóng vai trò quan trọng trong việc phát triển khoa học thời cổ, đặc biệt là về số học và hình học.

Pitago là người tìm ra “*tỉ lệ thức vàng*” $\frac{A}{H} = \frac{R}{B}$ trong đó H và R là trung bình điều hòa và trung bình cộng của hai đại lượng A và B. Điều này có vai trò lớn trong lí thuyết âm nhạc của Pitago.

Ở Babilon, ông nghiên cứu không chỉ về lĩnh vực toán học mà cả về lĩnh vực lí thuyết âm nhạc và thiên văn.

PITAGO VỚI LÍ THUYẾT HÒA ÂM

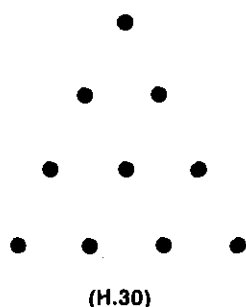
Nếu ta giảm chiều dài của dây đàn đi một nửa thì âm thanh sẽ tăng 1 bát độ (octa). Nếu ta giảm đến tỉ số 3 : 2 và 4 : 3 thì sẽ tương ứng với khoảng âm trình năm độ (ngũ độ) và ba độ (tam độ). Pitago cho rằng độ cao âm thanh của sợi dây phụ thuộc vào chiều dài của dây ấy.

Theo truyền thuyết, Pitago đi qua xưởng rèn, nghe các âm thanh có độ cao khác nhau do tiếng đập khác nhau của búa gây ra. Từ đó ông nghĩ rằng với dây đàn thì độ cao âm thanh tỉ lệ nghịch với chiều dài của dây ấy.

Với 3 sợi dây đàn; ta có thể nghe được một hợp âm cân đối và dễ nghe nếu chiều dài của dây tỉ lệ với 6, 4, 3. Từ đó ông kết luận rằng mọi sự cân đối đều phụ thuộc vào các số, và số bao giờ cũng xác định tính chất của các vật và các hiện tượng.

Pitago cho rằng các khoảng hòa âm quan trọng nhất phù hợp với tỉ số của các số 1, 2, 3 và 4. “Tất cả là số”; bản thân các số 1, 2, 3, 4 lập thành “bộ bốn” nổi tiếng.

Về mặt hình học, bộ bốn biểu thị bằng “tam giác hoàn chỉnh”,



còn về mặt số học thì biểu thị bằng “số tam giác” $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ (H.30). Người ta kể lại rằng một hôm Pitago đề nghị một người bạn thử đếm các số. Khi người này vừa mới cất tiếng đọc: “1, 2, 3, 4”; lập tức Pitago ngắt lời ông ta và nói: “Cậu thấy chưa, cái mà cậu gọi là bốn chẳng qua là 10 – tam giác hoàn chỉnh đấy”.

Và như vậy về thực chất khi nói đến các bộ bốn, các số tam giác, và quan hệ số trong các khoảng hòa âm thì chúng ta phải kể đến công lao của chính Pitago.

Trước khi chết, Pitago còn dạy lại học trò của mình tiếp tục nghiên cứu về âm nhạc và số học, đặc biệt là một dụng cụ âm nhạc “đàn một dây” khá độc đáo.

Lịch sử của dụng cụ âm nhạc đó như sau:

Pitago chia cái thước thành 12 phần và căng một sợi dây đàn trên thước đó. Rút ngắn chiều dài dây đàn bằng cách giảm 12 khoảng chia thành 6, 8 và 9 tức là theo tỉ số $2 : 1$, $3 : 2$ và $4 : 3$, ông đã nghe được âm thanh cao hơn 1 bát độ, ngũ độ và tam độ.

Các số 6, 8, 9, 12 được gặp hầu hết trong lý thuyết âm nhạc của trường phái Pitago và những người hiện đang theo trường phái đó. Tất cả các tác giả này đều coi các trung tỉ 9 và 8 như là trung bình cộng và trung bình điều hòa giữa các ngoại tỉ 12 và 6.

Âm thanh cao nhất họ biểu thị bằng số 12, còn âm thanh

thấp nhất biểu thị bằng số 6, nghĩa là không phải tỉ lệ thuận mà là tỉ lệ nghịch với độ dài của sợi dây. Phải chăng người ta biểu thị các số này dựa vào kinh nghiệm? Có lẽ điều đó cũng không quan trọng. Vấn đề là ở chỗ đã xuất hiện được những quan hệ đúng đắn đối với các khoảng hòa âm, chẳng hạn $12 : 9 = 8 : 6$ đối với tam độ và $12 : 8 = 9 : 6$ đối với ngũ độ.

Điều mà Pitago đưa ra về việc tính các khoảng cách của những gam trong âm nhạc đáng được chú ý. Đó là toàn âm ($9 : 8$), nửa âm lớn ($256 : 243$). Thực tế những tỉ số này có thể có được từ bát độ ($2 : 1$), ngũ độ ($3 : 2$) và tam độ ($4 : 3$) bằng những phép chia liên tiếp:

$$\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8} \quad , \quad \frac{4}{3} : \frac{9}{8} = \frac{32}{27} \quad , \quad \frac{32}{27} : \frac{9}{8} = \frac{256}{243}$$

SỰ TÔN THỜ CÁC “SỐ THẦN LINH”

Trong một thời gian rất lâu loài người chỉ biết dùng số tự nhiên, phân số, số hữu tỉ, chứ chưa có khái niệm về số vô tỉ. Trường phái Pitago đã nghiên cứu hình vuông có cạnh là 1 và nhận ra rằng đường chéo của hình vuông này không thể biểu thị bằng số tự nhiên hoặc phân số, từ đó họ nghĩ đến sự tồn tại của một loại số mới.

Nhưng vì họ coi các số tự nhiên là cơ sở của mọi sự vật trên thế giới và gán cho mỗi số một sức mạnh thần bí nên họ không dám thừa nhận số mới ấy vì nó mâu thuẫn với triết lí duy tâm của họ.

Trường phái Pitago tôn thờ những chữ số và số vì họ có

quan niệm thần bí về số. Trước khi nghe giảng bài, đồ đệ của Pitago đọc những câu kinh như sau: “Hãy ban ơn cho chúng tôi, hồi những số thần linh”.

Họ cho rằng:

- Số 1 biểu thị lẽ phải;
- Số lẻ là số nam, số chẵn là số nữ;
- Số 5 biểu thị việc xây dựng gia đình vì là tổng của số nam đầu tiên và số nữ đầu tiên;
- Số 7 biểu thị sức khỏe;
- Số 13 được coi là điềm xấu; v.v...

Plutac đã viết như sau:

“Trường phái Pitago rất ghét số 17, vì 17 nằm giữa số 16 là số chính phương và số 18 là hai lần số chính phương; cả hai số này lại là các số “phẳng” duy nhất mà chu vi hình chữ nhật bằng diện tích của nó”.

● *Giải thích:*

Giả sử các cạnh của hình chữ nhật biểu thị bằng số nguyên x và y , diện tích của nó là:

$$xy = 2x + 2y$$

Ta có thể biểu thị ẩn số y theo x :

$$y = \frac{2x}{x-2} = 2 + \frac{4}{x-2}$$

Vì y là số nguyên nên $x - 2$ phải chia hết 4, như thế:

$$x - 2 = 1; x = 3, y = 6, xy = 18$$

hoặc $x - 2 = 2; x = 4, y = 4, xy = 16$

hoặc $x - 2 = 4; x = 6, y = 3, xy = 18$

Vậy ta có hai khả năng như Plutac đã nói ở trên.

SỐ HOÀN CHÍNH VÀ SỐ BẠN BÈ

Theo trường phái Pitago có một điều gì đó thật là kì diệu nếu một số bằng tổng các ước số thực sự của nó, chẳng hạn:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

Họ gọi đó là những số “số hoàn chỉnh” chẳng hạn 4 số sau: 6; 28; 496; 8128 và cũng nêu lên quy tắc tổng quát mà việc chứng minh đã có từ thời Oclit.

Nếu tổng $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = p$ là số nguyên tố thì 2^np sẽ là số hoàn chỉnh.

Chẳng hạn $1 + 2 + 4 = 7$ là số nguyên tố thì $4 \cdot 7 = 28$ sẽ là số hoàn chỉnh.

Để chứng minh điều này phải sử dụng công thức về tổng các số hạng của cấp số nhân $1 + 2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$ cũng có trong sách vở ở Babilon. Vì thế Pitago đã biết đến tổng này.

Các số gọi là Nicômac (nhà toán học cổ Hi Lạp thế kỉ thứ 1) là các số sau: $2(2^2 - 1)$, $2^2(2^3 - 1)$, $2^4(2^5 - 1)$ và $2^6(2^7 - 1)$. Số hoàn chỉnh tiếp theo là $2^{12}(2^{13} - 1)$. Lúc đầu số lớn nhất mới là $2^{126}(2^{127} - 1)$, bây giờ người ta đã tìm ra số hoàn chỉnh lớn nhất là $2^{2280}(2^{2281} - 1)$.

Hãy để ý đến hai số 220 và 284 chẳng hạn. Chúng được

Pitago gọi là “số bạn bè” vì mỗi số bằng tổng các ước số của số kia:

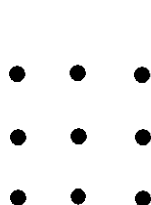
$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 20 + 11 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284;$$

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

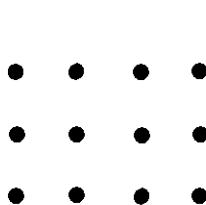
Một lần người ta hỏi Pitago thế nào là bạn. Ông trả lời: đây là “tôi thứ hai” và nhắc lại các số bạn bè 284 và 220. Những điều như vậy ở Babilon ai cũng biết.

PITAGO VÀ MỘT SỐ MỆNH ĐỀ SỐ HỌC

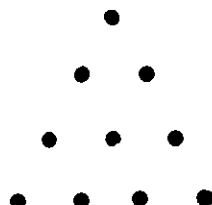
Nicômac đã biết các số tam giác $1 + 2 + \dots + n$, số bình phương n^2 , số chữ nhật $n(n + 1)$, số ngũ giác, v.v... (H.31).



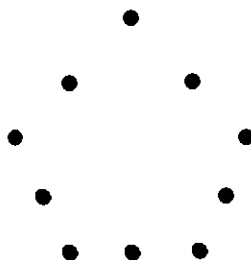
Số bình phương



Số chữ nhật



Số tam giác



Số ngũ giác

(H.31)

Những tính chất của các số này dựa trên tổng các số hạng của những cấp số cộng dạng:

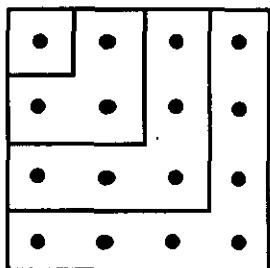
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1) \text{ là số tam giác;}$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2 \text{ là số bình phương;}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1) \text{ là số chữ nhật;}$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = \frac{1}{2}n(3n-1) \text{ là số ngũ giác}$$

Để chứng minh $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ bằng hình vẽ (H.32) ta chú ý rằng hình vuông có thể chia thành hình vuông nhỏ ở góc và nhiều hình thước thợ. Nhờ đó ta được tổng các số lẻ.



(H.32)

Từ các công thức tổng các số hạng của cấp số cộng ta có thể có được những công thức khác về tổng của 1, của 2, của 3, ... số lẻ liên tiếp như:

$$1 = 1^3$$

$$3 + 5 = 2^3$$

$$7 + 9 + 11 = 3^3, \text{ v.v...}$$

Từ đó suy ra ngay *quy tắc tính tổng các lập phương* đã có trong sách vở cổ Hi Lạp và cổ La Mã:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{2}n(n+1)^2$$

Ta cũng tìm được công thức cùng loại về $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ trong sách vở ở Babilon.

Pitago còn nêu lên *quy tắc để tìm nghiệm nguyên của*

phương trình vô định:

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad (*)$$

đó là $z = \frac{1}{2}(m^2 + 1)$, $y = m$, $x = \frac{1}{2}(m^2 + 1)$, trong đó m là số lẻ.

Ta có thể chứng tỏ bằng hình vẽ rằng các giá trị của x, y, z ở trên thỏa mãn phương trình (*) bằng cách vẽ một hình vuông cạnh $x = \frac{m^2 - 1}{2}$ rồi vẽ thêm một hình vuông nhỏ cạnh 1, để có hình vuông cạnh $z = \frac{m^2 + 1}{2}$, tức là:

$$\left(\frac{m^2 - 1}{2}\right)^2 + 2 \frac{m^2 - 1}{2} + 1^2 = \left(\frac{m^2 + 1}{2}\right)^2$$

Diện tích hình vuông thứ nhất, hình vuông nhỏ và hình vuông lớn sẽ là x^2, y^2 và z^2 thỏa mãn phương trình (*).

Trong trường hợp đặc biệt $m = 3$; ta sẽ được tam giác vuông mà ba cạnh là 3, 4, 5 được gọi là *tam giác Pitago*.

ĐỊNH LÝ PITAGO VÀ SỐ PITAGO

Sự liên hệ giữa các cạnh của một tam giác vuông đã được nêu ra trước Pitago khoảng 1200 năm vào thời cổ Babilon. Nhưng Pitago đã có công chứng minh định lý đó và mở rộng phạm vi áp dụng của nó để giải nhiều bài toán về lý thuyết và thực tiễn. Định lý Pitago là chìa khóa để xây dựng nhiều định lý khác trong hình học.

Nhờ vận dụng định lý Pitago ta tìm được nhiều hệ thức lượng trong các hình. Việc tính cạnh của tam giác thường,

đường cao, trung tuyến của tam giác, đường chéo của hình bình hành đều dựa vào định lí Pitago.

Ngoài ra trên cơ sở của định lí Pitago, các nhà toán học về sau xây dựng được một số các bài toán mới có ý nghĩa lịch sử rất lớn. Trước hết đó là việc tìm ra các số Pitago.

Số Pitago là gì? Sau khi các vệ tinh nhân tạo và những con tàu vũ trụ được đưa lên cao thì việc con người đi tới những hành tinh khác không còn xa xôi nữa. Vấn đề trên sao Hỏa có “người” hay không đã được tranh luận sôi nổi giữa các nhà thiên văn trong mấy chục năm gần đây và đã thu được một số kết quả nhất định.

Nhưng từ đó lại nảy sinh một vấn đề mới: làm thế nào để thông tin liên lạc bằng “tia tín hiệu” với loài “sinh vật cao đẳng” trên đó mà người ta tưởng tượng. Một viện khoa học ở Pari đã đặt ra một giải thưởng 10 vạn frăng để tặng thưởng cho người đầu tiên bắt được thông tin liên lạc với những “dân cư” ở các hành tinh khác.

Có một số người đã đề nghị lấy hình vẽ của định lí Pitago làm thành “tia tín hiệu” để truyền tin đến những “sinh vật cao đẳng” trên sao Hỏa cũng như trên các hành tinh khác. Phương pháp đó mới nghe tưởng như một trò đùa, nhưng nó lại rất có lí vì chân lí bao giờ cũng có tính thống nhất, khách quan và phổ biến.

Nội dung toán học của định lí Pitago có tính phổ biến cho đến nỗi không hẹn trước mà từ xưa đến nay mọi nước trên

thế giới đều rất thống nhất với nhau trong việc phát hiện và công nhận.

Ngoài trường hợp số đo độ dài ba cạnh của một tam giác vuông là 3, 4, 5 thì còn có những số nguyên nào có tính chất tương tự?

Có, chẳng hạn: $5^2 + 12^2 = 13^2$; $6^2 + 8^2 = 10^2$; hoặc là bộ ba số (8, 15, 17); (11, 60, 61), v.v... Những số như thế gọi là số *Pitago*.

Thế có bao nhiêu số Pitago? Chúng có quy luật hay không? Thật ra số Pitago nhiều vô kể. Lấy một số lẻ tùy ý, đem số bình phương của nó chia làm hai số có hiệu bằng 1 thì ba số đó sẽ là một nhóm số Pitago.

Ví dụ số 67, bình phương lên được $67^2 = 4489$, đem 4489 chia thành hai số 2244 và 2245 có hiệu bằng 1. Ta sẽ được nhóm ba số Pitago là 67, 2244 và 2245.

Ngoài ra còn có một phương pháp khác. Nếu cho hai số m và n ($m > n$) thì $m^2 + n^2$, $m^2 - n^2$ và $2mn$ sẽ là một nhóm số Pitago, vì:

$$\begin{aligned}(m^2 + n^2)^2 &= m^4 + 2m^2 n^2 + n^4 \\ &= (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2\end{aligned}$$

Chẳng hạn với $m = 5$, $n = 4$ ta có:

$$m^2 + n^2 = 41, \quad m^2 - n^2 = 9, \quad 2mn = 40$$

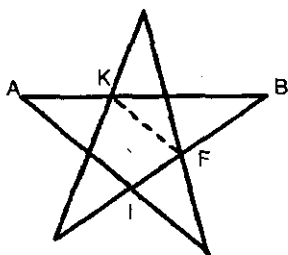
Vậy 41, 9, 40 là một nhóm số Pitago.

MỘT SỐ CÔNG TRÌNH NGHIÊN CỨU VỀ HÌNH HỌC VÀ THIÊN VĂN

Pitago đã nêu lên cách dựng *khối đa diện đều*, nhưng chỉ mới biết cách dựng ba khối: lập phương, tứ diện đều và thập nhị diện đều. Còn hai khối bát diện đều và nhị thập diện đều thì về sau do Têtetet (Théétète—cổ Hi Lạp 410–368 trước Công nguyên) tìm ra.

Các mặt của khối thập nhị diện đều (12 mặt) là hình ngũ giác đều. Các đường chéo của ngũ giác đều tạo nên *ngũ giác sao*. Hình này biểu tượng của sức khỏe và cũng là *dấu hiệu để nhận biết những người của trường phái Pitago*.

Nơi đất khách quê người; ai đó trong họ lúc sắp qua đời mà biết rằng không thể trả tiền cho người đã chăm sóc mình cho đến lúc mất thì ông ta bảo người này vẽ lên nhà một đa giác sao.



(H.33)

Thời gian trôi qua, nếu có một người thuộc trường phái Pitago nhìn thấy dấu hiệu đó thì chủ nhân của ngôi nhà sẽ được biếu một món quà đền ơn rất hậu. Để dựng ngũ giác sao (H.33), trường phái Pitago đã dựa vào tính chất sau đây của nó:

Mỗi một trong 5 cạnh chia mỗi cạnh còn lại theo trung và ngoại tỉ, tức là đoạn nhỏ $AK = a - x$ chẳng hạn và đoạn dài $KB = x$ có tỉ số bằng tỉ số của đoạn lớn x và cả đoạn $AB = a$.

Ta có thể thấy ngay điều đó bằng cách xét hai tam giác

đồng dạng AIB và KFB:

$$\frac{BF}{BK} = \frac{BI}{BA} \text{ hay } \frac{a-x}{x} = \frac{x}{a}.$$

Tỉ lệ thức này dẫn tới phương trình $x^2 = a(a - x)$ mà trường phái Pitago đã chứng minh một cách tài tình bằng phương pháp “đặt diện tích”.

Cuối cùng cần nhắc thêm một số nghiên cứu sáng tạo về toán của Pitago như: định lí về tổng các góc trong của một tam giác, bài toán về chia mặt phẳng thành những đa giác đều (tam giác, hình vuông, lục giác). Ông đã nêu lên phương pháp giải toán về phương trình bậc hai, chứng minh bằng hình học rằng tổng những số lẻ liên tiếp bắt đầu từ đơn vị là số chính phương và mỗi số lẻ là hiệu các bình phương của hai số tự nhiên liên tiếp ($2^2 - 1^2 = 3$, $3^2 - 2^2 = 5$,...)

Pitago quan tâm đến cả hình đồng dạng vì ông đã giải bài toán: “Cho trước hai hình, hãy dựng hình thứ ba tương đương với một trong hai hình và đồng dạng với hình kia.”

Về mặt thiên văn, Pitago đã cho rằng Quả đất là hình cầu nằm ở tâm của vũ trụ và đã biết các chuyển động riêng của Mặt trời, Mặt trăng và các hành tinh, khác với chuyển động ngày đêm của những ngôi sao cố định.

Ông mất vào khoảng năm 500 trước Công nguyên.

POATXÔNG

(SIMON DENIS POISSON)

Nói đến chuyện chia sữa với hai cái bình đựng 5 lít và 3 lít sao cho có được 4 lít sữa, lịch sử các nhà toán học thế giới thường nhắc đến tên nhà toán học Pháp có tài Poatxông.

Thuở nhỏ ông cùng bạn đi thăm một người quen ở xa. Dọc đường họ ghé vào một nhà nông dân để mua sữa. Bà chủ nhà có 8 lít sữa để trong cái bình vừa đúng đầy 8 lít và ngỏ ý bán cho khách một nửa. Bà chủ đưa cho khách hai cái bình không chứa được 5 lít và 3 lít để khách chia đôi số sữa của bình 8 lít đầy sữa. Người bạn nghĩ mãi không biết chia thế nào, còn Poatxông thì sau một lúc ngẫm nghĩ đã chia như sau:

Bình 8 lít	Bình 5 lít	Bình 3 lít
8	0	0
3	5	0
3	2	3
6	2	0
6	0	2
1	5	2
1	4	3
4	4	0

Như vậy 8 lít sữa đã được chia thành 2 phần, mỗi phần 4 lít. (Lưu ý: Có sách ghi là thuở nhỏ Poatxông theo cha đi chơi đến một cửa hàng bán rượu. Cha muốn mua 4 lít rượu mà cô bán hàng chỉ có một bình đựng đầy 8 lít rượu và hai bình không 5 lít và 3 lít. Cha chú bé Poatxông và cô bán hàng đang suy nghĩ cách chia thì chú bé đã mách cha cách chia thông minh như trên).

Ông sinh ngày 21-6-1781 và mất ngày 25-4-1840. Ông là nhà bác học có nhiều cống hiến trong lĩnh vực toán học, cơ học, thiên văn học và vật lý học. Ông đã có trên 350 công trình mà đa số đã góp phần quan trọng trong sự phát triển của các khoa học chính xác hiện đại.

POĂNGCARÊ

(HENRI POINCARÉ)



Nhà toán học Xinvetto đã để lại câu chuyện sau đây: Một hôm ông tìm đến thăm Poăngcarê. Ông trèo qua 3 thang gác mới đến các gác xép của Poăngcarê ở phố Gay Lutxăc, ông dừng lại lau cái đầu hói của mình và rất ngạc nhiên khi gặp một thanh niên “sao trẻ thế, nước da bánh mật thế”, phải hai ba phút sau mới nói được nên lời, vì ông đã gặp được người kế tục của Côsi.

Một câu chuyện thứ hai. Một nhân vật cao cấp một hôm hỏi Bectorăng Rutxen: Theo ngài ai là người quan trọng nhất mà nước Pháp đã sản sinh trong thời hiện đại này? Rutxen trả lời ngay không chút ngần ngại: Poăngcarê. Nhân vật kia hỏi lại: Sao? Ngài tổng thống nước cộng hòa Pháp à?

– À không! Người anh em họ của Raymông, đó là Hăngri Poăngcarê!

Hai câu chuyện trên đủ nói lên danh tiếng lẫy lừng của

nhà toán học Poăngcarê. Ông là nhà bác học cuối cùng đã nắm được tất cả lĩnh vực toán học thuần túy và toán học ứng dụng. Hiếm có một nhà toán học nào như ông có một tầm nhìn triết học rộng lớn: những mặt triết học của khoa học và của toán học.

Poăngcarê luôn cố gắng làm cho toán học đến với đông đảo quần chúng trong các công viên, các tiệm cà phê, những người công nhân và dân thường đọc một cách chăm chú tác phẩm này hay tác phẩm nọ về toán của Poăngcarê, tác phẩm phổ biến rộng rãi toán học bán với giá rẻ, bìa thường. Người ta cũng đã thấy những tác phẩm đó in đẹp, bìa cứng trên bàn của những người có văn hóa cao. Những tác phẩm này được in bằng nhiều thứ tiếng nước ngoài để Poăngcarê nói chuyện toán học với mọi người trên trái đất. Ông được vinh dự lớn là viện sĩ Viện Hàn lâm Pháp.

Hăngri Poăngcarê sinh ngày 29-4-1854 ở Năng-xi (còn em họ Raymông Poăngcarê thì trở thành tổng thống nước Cộng hòa Pháp từ 1913 đến 1920). Nhờ có mẹ săn sóc hết lòng nên trí thông minh của Hăngri phát triển rất nhanh từ nhỏ. Nguồn giải trí của ông là đọc sách, đọc rất nhanh mà hiểu cũng rất nhanh, có thể nhớ từng trang từng dòng ở chỗ nào trong sách: trí nhớ kỳ diệu đó không bao giờ bị bỏ rơi. Ông nhớ rất tài những biến cố và sự kiện xảy ra từ rất lâu. Đặc biệt các nhà toán học thường nhớ công thức bằng thị giác, riêng Poăngcarê lại nhớ bằng thính giác.

Sau đây là một câu chuyện về nhà toán học “đăng trí”. Một

hôm có một nhà toán học nổi tiếng đi từ Phần Lan sang Paris để gặp Poăngcarê. Khi người nhà báo tin đó với ông thì ông vẫn làm việc, đi đi lại lại trong gian phòng của mình theo thói quen thường ngẫm nghĩ một vấn đề toán học suốt 3 tiếng đồng hồ. Trong khi đó ở phòng ngoài, cách phòng ông chỉ một tấm màn cửa, có ông khách đang ngồi chờ. Thế rồi tấm màn hé mở, đầu của Hăngri xuất hiện: “Ông làm phiền tôi quá!” Nói xong cái đầu đó lại biến mất. Người khách đành ôm hận ra về.

Sự ham mê toán học của ông bắt đầu từ năm 15 tuổi. Một đặc điểm từ năm đó đã theo ông suốt cả cuộc đời là: ngẫm nghĩ trong óc những công trình toán học và chỉ viết lên giấy khi đã hoàn thành xong, tiếng động hoặc những chuyện trò xung quanh không làm ông mất tập trung trong công việc. Ông viết tác phẩm của mình một mạch không đọc lại và rất ít gạch xóa (giống như cách viết của Ole).

Ông đỗ đầu vào trường Bách khoa. Người ta kể rằng một giám khảo được thông báo về tài của ông đã dừng lại 45 phút để tìm ra một “điều vô đầu” nhằm gây khó khăn cho ông. Nhưng Poăngcarê đã tỏ ra trên tài và giám khảo đó đã thốt lên: “Anh xứng đáng đỗ đầu”.

Ông được bổ làm giáo sư trường Đại học Tổng hợp Paris vào năm 27 tuổi và năm 32 tuổi thì dạy giáo trình cơ học và vật lý thực nghiệm ở trường Đại học Xơócbon.

Trong 34 năm nghiên cứu toán học, Poăngcarê đã có gần 500 kỷ yếu về toán học hiện đại và trên 30 cuốn sách về vật lý

toán học, về vật lý lý thuyết và về thiên văn lý thuyết, không kể những công trình về triết học khoa học và toán học thường thức.

Năm 1906, lúc ở tuổi 52, ông được vinh dự làm Chủ tịch Viện Hàn lâm Khoa học. Điều này không hề làm ông tự kiêu vì *"Poincaré là nhà bác học Pháp đơn giản nhất và khiêm tốn nhất"*.

Ngày 17-7-1912 ông từ già cõi đời vào tuổi 59 ở Pari.

PÔNGXOLÊ

(JEAN VICTOR PONCELET)

Ông sinh ngày 1-7-1788 và mất ngày 23-12-1867. Là cựu sinh viên trường Bách khoa, ông đã trở thành một sĩ quan trẻ có tài trong quân đội của Napolêông. Ông đã say mê môn hình học họa hình của Môngơ.

Trong lời tựa của cuốn sách của ông *“Ứng dụng của giải tích và hình học”*; ông đã kể lại sự thất bại thảm hại của quân đội Napolêông ở trên đất Nga. Là sĩ quan trẻ, bị bắt làm tù binh, ông đã phải đi bộ gần 5 tháng, quần áo rách rưới, sống bằng bánh mì đen, trong điều kiện giá lạnh của mùa đông Nga và đến tháng 3 năm 1813 thì bị giam ở Xaratôp trên sông Vônga. Trong thời gian bị tù này ông đã nghiên cứu về toán và phát minh ra môn *“hình học xạ ảnh”*, trong điều kiện không có sách, chỉ với bộ óc và những kiến thức đã tích lũy được từ số học cho đến hình học cao cấp và phép tính vi phân. Ông đã thu nhặt những viên than cháy dở trong lò trại giam để vẽ hình, viết toán trên tường của phòng giam.

Tháng 9 năm 1814 Pôngxolê trở về Pháp mang theo 7 bản thảo viết tay ở Xaratôp trong những nhà tù của Nga. Người

thanh niên dũng cảm 24 tuổi này đã phát triển môn hình học xạ ảnh và đi sâu vào “*hình học tổng hợp hiện đại*”, vào đoán nhận hình học các số ảo xuất hiện trong các phép tính đại số. Năm 1831 ông được bầu vào Viện Hàn lâm Pháp, nhưng do những lý do chính trị, đến 3 năm sau ông mới nhận.

Vẻ đẹp kỳ dị của môn hình học xạ ảnh và tính uyển chuyển đáng yêu của những chứng minh của nó đã trở thành sự nghiên cứu thú vị của các nhà hình học ở thế kỷ 19.

RIÊMAN

(GEORGES FRIEDRIC BERNARD RIEMANN)



Trong lịch sử toán học nói chung và hình học nói riêng; một môn hình học mới xuất hiện được gọi là hình học phi Oclit, gắn liền với tên tuổi hai nhà toán học lớn là Lôbasepxki và Riêman.

Becna Riêman sinh ngày 17-9-1826 tại một ngôi làng nhỏ tỉnh Hanôvrơ, là con thứ hai trong một gia đình đông mà bố là lính trong thời gian chiến tranh Napôlêông.

Riêman là một con người khiêm tốn được cảm tình của mọi người, điều này mâu thuẫn với sự táo bạo của đầu óc khoa học của ông. Lên 6 tuổi, cậu bé Riêman đã học số học; rất thông minh trong nhận thức, cậu bé chẳng những giải hết các bài toán mà còn tưởng tượng ra những bài khó để trêu anh và các em của mình, óc sáng tạo đã bắt đầu nảy nở từ đó. Năm lên mười thì bắt đầu học với một thầy giáo toán là Sunlo, mà trò thường có những lời giải hay hơn của thầy.

Năm 14 tuổi, Riêman đến ở với bà tại Hanôvơ để ăn học. Cậu ta thường để dành tiền để mua những món quà nhỏ gửi tặng bố mẹ và các em nhân ngày sinh nhật của họ. Đặc biệt Riêman đã tự mình phát minh và làm ra *cuốn lịch vĩnh cửu* để tặng bố mẹ khiến mọi người hết sức ngạc nhiên. Năm 19 tuổi Riêman vào học trường Đại học Tổng hợp Gôttinghen. Khi học trung học, ông hiệu trưởng Smanfus nhận thấy năng lực toán học của Riêman; đã cho phép người học trò nhỏ này sử dụng thư viện gia đình của ông và theo học đều đặn giáo trình toán học. Ông hiệu trưởng đã cho Riêman mượn cuốn sách toán "*Lý thuyết số*" của Logiăngđrô dày 859 trang. Chỉ sau 6 ngày, Riêman trả lại sách. Khi ông này hỏi anh đã đọc xong chưa; thì Riêman đã khiêm tốn trả lời rằng đây là một cuốn sách rất hay và anh đã hoàn toàn hiểu.

Logiăngđrô đã lập nên một công thức, để tính gần đúng các số nguyên tố nhỏ hơn một số cho trước, đến lượt Riêman chỉ trong 8 trang đã nghiên cứu vấn đề một cách tổng quát, đăng trong tạp chí hàng tháng của Viện Hàn lâm Đức (tháng 11 năm 1859) dưới đầu đề "*Về số các số nguyên tố nhỏ hơn một đại lượng cho trước*" nhằm tìm ra một công thức cho số các số nguyên tố nhỏ hơn n . Vì thế Riêman đã phải nghiên cứu những chuỗi vô hạn dạng $1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$, trong đó s là số phức dạng $u + iv$ (u và v là những số thực nguyên với $i = \sqrt{-1}$).

Đầu tháng 11 năm 1851, Riêman trình bày luận án tiến sĩ "*Những nguyên lý của một lý thuyết tổng quát về các hàm số của một biến phức*" cho nhà toán học Gaucho, được Gaucho cho

là một sự đóng góp quý báu cho toán học hiện đại của một nhà toán học trẻ 25 tuổi. Ông nhận xét: “Luận án chứng tỏ tác giả đã dày công nghiên cứu sâu sắc, chứng tỏ một đầu óc sáng tạo, thực sự toán học và có tính độc đáo phong phú. Luận án trình bày rõ ràng và súc tích với nhiều đoạn rất đẹp; chẳng những thỏa mãn những đòi hỏi của một luận án tiến sĩ mà còn vượt xa đòi hỏi cần thiết...”

Ngày 10-6-1854, Riêman trình bày bản báo cáo “*Về những giá thiết làm cơ sở cho hình học*” sau một thời gian nghiên cứu ngày đêm để làm sao nội dung cho dễ hiểu để những người ít hiểu biết toán học cũng nắm được.

Bản báo cáo khoa học này của Riêman đã làm cho Gaucho vô cùng thích thú và không ngờ rằng một đề tài khó như vậy lại được một thanh niên trẻ nghiên cứu thành công.

Sau khi được bổ nhiệm làm giáo sư, Riêman mới nghĩ đến chuyện xây dựng gia đình với cô Elidor Kôc – bạn gái của các em gái ông – vào tuổi 36. Ngày 20-7-1866, Riêman từ già cỗi đời khi ông mới 39 tuổi.

Hình học Riêman là hình học phi-Oclit, nhưng không giống hình học của Lôbasepxki và của Bôlyai. Ông cho rằng môn hình học mới của ông sẽ có một tầm quan trọng trong khoa học, gây nên một cuộc cách mạng trong tư duy khoa học cho các nhà khoa học nói chung và các nhà toán học nói riêng.

SALƠ

(MICHEL CHASLES)

Khi học đến *vectơ* ta vẫn thường vận dụng *hệ thức Salơ*
 $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$, đối với ba điểm A, B, C trên một trục.

Salơ là nhà toán học Pháp sinh ngày 15-11-1793, là viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Pari (năm 1851), viện sĩ danh dự Viện Hàn lâm Khoa học Pêtecdua (năm 1861), viện sĩ các Viện Hàn lâm Brúcxen và Beclin và là hội viên của nhiều hội khoa học ở châu Âu và châu Mỹ.

Sau khi tốt nghiệp trường trung học ông vào học Trường Đại học Bách khoa Pháp. Đến năm 1841 ông bắt đầu hoạt động khoa học và giáo dục, trở thành giáo sư môn chế tạo máy của Trường Đại học Bách khoa. Đến năm 1846 ông công tác tại Trường Đại học Xoócbon.

Trong toán học, Salơ đã nêu ra một hướng mới trong cuốn “*Giáo trình Hình học cao cấp*” (1852). Ngoài ra ông còn nghiên cứu về lịch sử toán học với cuốn “*Khái quát về lịch sử phát sinh và phát triển các phương pháp hình học*”, xuất bản năm 1837. Cuốn này đã được giải thưởng của Viện Hàn lâm Khoa học Brucxen (Bỉ). Ông mất ngày 18 tháng 12 năm 1880.

TALET

(THALES)



CÂU CHUYỆN TALET NGÃ XUỐNG GIẾNG

Mọi người chúng ta đều biết đến *định lý Talet* trong hình học phẳng và trong hình học không gian. Talet là nhà toán học và thiên văn học cổ Hi Lạp sống khoảng năm 625 đến năm 547 trước Công nguyên. Thời niên thiếu ông sống ở Ai Cập và đã học được nhiều kiến thức khoa học khác nhau. Trở về tổ quốc, ông đã tham gia thành lập trường phái triết học.

Talet là một trong bảy nhà thông thái mà về thực chất không phải là nhà bác học, họ là những nhà hoạt động chính trị, nhà làm ra luật pháp. Sự thông thái của ông mang tính triết học, ông đã đặt ra nhiều câu hỏi về nguồn gốc sự vật và đã nêu lên thuyết: “mọi sự vật đều xuất phát từ nước”. Platông có kể lại rằng: Một hôm trong khi quan sát ngôi sao, Talet đã ngã xuống giếng. Một cô nô lệ rất đẹp đã cười vào mũi ông “ông ta muốn biết những gì xảy ra ở trên trời nhưng những gì ở dưới chân ông ta thì ông ta lại không nhìn thấy!”

Nhưng đừng nên dựa vào câu chuyện buồn cười trên để nghi ngờ rằng Talet là một con người đáng trí, toàn mơ chuyện viễn vông. Thực tế, ông hiểu rất rõ thế giới mà mình đang sống. Người ta kể lại rằng: ông đã kiếm được rất nhiều tiền bằng cách buôn bán dầu ô-liu rất giỏi, ông lại buộc mọi người phải đào một con sông rất lớn để có thể đưa một đoàn quân đi qua một cách thuận lợi. Trong mọi trường hợp, ông đều có những lời khuyên xác đáng đối với đồng bào của mình trong cách xử thế.

Một ví dụ khác chứng tỏ sự thông thái của ông trong thực tế. Ông đã khuyên những người đi biển định phương hướng theo chòm sao Tiểu hùng tinh mà không theo chòm sao Đại hùng tinh.

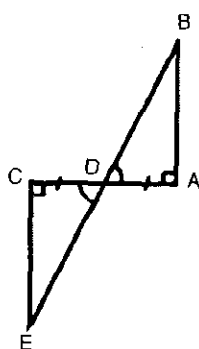
Trong lịch sử thiên văn ông cũng là *người đầu tiên phát hiện ra nhật thực* ngày 25 tháng 5 năm 585 trước Công nguyên.

Như vậy; Talet không chỉ là một nhà lí luận, một nhà triết học mà còn là một con người có đầu óc dân tộc và đầu óc thực tế. Nói cách khác, Talet là một nhà thông thái với đầy đủ ý nghĩa của nó.

NHỮNG ĐIỀU TALET ĐÃ PHÁT HIỆN ĐẦU TIÊN TRONG HÌNH HỌC

Talet là người đầu tiên đã chứng minh rằng *đường kính chia đường tròn thành hai phần bằng nhau.*

Ông cũng đã nêu lên mệnh đề về các góc ở đáy bằng nhau trong tam giác cân.



(H.34)

Ông đã phát hiện ra rằng hai đường thẳng cắt nhau tạo thành những góc bằng nhau, nhưng không chứng minh.

Về định lí hai tam giác bằng nhau khi có một cạnh bằng nhau kề với hai góc bằng nhau từng đôi một, Talet đã nêu lên nhận xét có thể áp dụng định lí này để xác định khoảng cách giữa các con tàu trên biển cả. Ông đã làm như thế nào?

Để xác định khoảng cách từ điểm A đến điểm B không thể tới được thì trên mặt phẳng kẻ đường vuông góc AC với AB, độ dài AC lấy tùy ý, rồi chia đôi AC tại D. Từ C kẻ đường vuông góc CE với AC theo đường ngược với hướng của AB sao cho ba điểm E, D, B thẳng hàng. Như thế ta có độ dài CE bằng độ dài AB chưa biết (H.34).

Để chứng minh điều này phải áp dụng định lí về tam giác bằng nhau và góc đối đỉnh bằng nhau đã nêu ở trên. Đó là phương pháp mà Talet đã áp dụng.

Ông cũng là người đầu tiên nêu lên đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông và góc nội tiếp trong nửa đường tròn là góc vuông.

VÂYOSTRAXO

(KARL WILHELM THEODOR WEIERSTRASS)



Năm 1855, năm nhà toán học Đức Gauxơ mất, đánh dấu mốc liên hệ cuối cùng giữa những nhà toán học Đức sau đây với những nhà toán học lớn của thế kỷ trước: Năm đó Vâyostraxo 40 tuổi, Riêman 29, Đêdokin 24, còn Cănto mới là cậu bé 10 tuổi. Nhưng họ đã tiếp tục truyền thống tốt đẹp của Gauxơ mà

Vâyostraxo lúc đó là người nổi tiếng nhất.

Vâyostraxo là người đã nêu lên định lý mang tên ông:

“Nếu dãy số (a_n) đơn điệu và bị chặn thì nó có giới hạn.”

Cùng với Đêdokin, ông đã nghiên cứu về số vô tỉ và vấn đề liên tục. Công trình của hai người đã đánh dấu thời hiện đại của giải tích (phép tính vi tích phân, lý thuyết hàm số một biến phức, lý thuyết hàm nhiều biến thực).

Vâyostraxo sinh ngày 31 tháng 10 năm 1815 ở Ôttenphen nước Đức. Sau khi ra đời được một thời gian, cậu bé Vâyostraxo

theo gia đình đến Oetphali, cha ông lúc đó là công chức hải quan. Trong làng không có trường học nên lúc 14 tuổi ông được gửi đi học ở một tỉnh cạnh đó. Nhờ tư chất thông minh ông trở thành một học sinh xuất sắc trong tất cả môn học, đặc biệt đứng đầu liên tục về các môn tiếng Đức, tiếng La tinh, Hy Lạp và toán.

Điều lạ lùng là Vâyostraxo không thích âm nhạc, hai chị em đi nghe hòa nhạc thì em ngồi ngủ trong nhà hát lớn!

Người thầy giáo toán đã ảnh hưởng lớn đến sự nghiệp toán học của Vâyostraxo là Gudeman. Khi đã trở thành nổi tiếng; ông vẫn luôn nhớ đến công ơn thầy Gudeman và luôn ca ngợi thầy trong những cuộc hội thảo lớn.

Năm 26 tuổi, ông đã thi để lấy bằng giáo sư. Cả thi viết lẫn thi vấn đáp, ông được 6 tháng chuẩn bị ba báo cáo về các đề tài do giám khảo đặt ra. Ông đã thành công. Vừa dạy học vừa nghiên cứu, ông là một mẫu mực về tự học, nghiên cứu và làm việc không kể ngày đêm, say sưa và cần mẫn.

Đặc biệt, ông nghiên cứu các tác phẩm của Abel. Đến khi ông trở thành nhà toán học giải tích nổi tiếng và giáo sư toán học lừng danh của châu Âu, lời khuyên đầu tiên và cuối cùng đối với sinh viên của ông là: “Hãy đọc Abel!”. Ông ấy khâm phục nhà toán học Na Uy này và thường nói: “Abel! Con người sung sướng!” hoặc “Abel đã làm những điều bất tử, có tác dụng lớn lao đến nền khoa học của chúng ta”.

Tất cả công trình của Vâyostraxo về giải tích là một sự

nghiệp to lớn. Một phong trào của thế kỷ 19 được đẩy lên là “số học hóa giải tích” do ông là người mở đầu.

Hè năm 1853, Vâyostraxo lúc đó 38 tuổi, về nghỉ hè với bố đã tranh thủ viết một tác phẩm về hàm số Abel và được công bố trong tạp chí của Đức năm 1854. Một sự kiện khá thú vị đã xảy ra trong thời gian này. Một buổi sáng sớm, ông hiệu trưởng nghe tiếng ồn ào từ lớp học của Vâyostraxo. Ông đến ngay lớp thì không thấy thầy giáo đâu cả! Ông vội đến nhà thầy giáo thì thấy Vâyostraxo đang ngồi ở bàn làm việc, đèn đang thấp sáng, các rèm cửa đóng. Rõ ràng thầy giáo đã làm việc suốt đêm và không thấy rằng trời đã sáng. Khi ông hiệu trưởng báo là trời sáng đã lâu và cho biết lớp học đang ồn ào vì vắng thầy giáo thì Vâyostraxo trả lời ngay là ông đang trên đường khám phá một điều quan trọng có tác dụng lớn trong thế giới khoa học, do đó không thể dừng công việc được.

Không ai nghĩ được rằng tác phẩm nổi tiếng này đã gây chấn động lớn trong giới khoa học Đức lại ra đời dưới ngòi bút của một thầy giáo của một trường làng; mà ở Beclin không ai biết đến trường làng này. Thật là kỳ diệu!

Khi tác phẩm ra đời, ở trường Đại học Tổng hợp Konichbe mọi người hết sức thán phục và trường đại học này đã trao cho ông bằng tiến sĩ danh dự và cử người về tận trường làng để trao bằng. Bộ trưởng bộ Giáo dục Đức lập tức cho ông được nghỉ phép 1 năm để tiếp tục theo đuổi công trình khoa học.

Tất cả những sự kiện này không hề làm cho Vâyostraxo

mất đi tính khiêm tốn sẵn có, ông rất cảm động và rất biết ơn. Thật là một nhà giáo, một nhà toán học hiếm có. Sau đó ông được bổ nhiệm làm giáo sư toán học ở trường Bách khoa Hoàng gia tại Beclin ngày 1-7-1856, rồi mùa thu năm đó ông lại được cử làm giáo sư ở trường Đại học Tổng hợp Beclin và được bầu làm viện sĩ Viện Hàn lâm Beclin.

VIET

(FRANÇOIS VIÈTE)



Học về phương trình bậc hai, chúng ta đều biết đến *định lý Viet*:

“Nếu phương trình bậc hai:

$ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm thì tổng
và tích các nghiệm là: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
và $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Đối với phương trình bậc ba:

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ thì giữa ba nghiệm của nó ta có các hệ thức:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

Viet là nhà toán học người Pháp của thế kỷ thứ 15, sinh năm 1540 và mất năm 1603. Ông được mệnh danh là *người cha của cách dùng chữ thay số trong đại số*. Ông đã nghiên cứu sâu

về phương trình đại số dưới dạng tổng quát và đã lập ra mối liên hệ giữa các hệ số và nghiệm của phương trình bậc hai như đã nêu ở trên.

Viet là một luật sư và nhà hoạt động chính trị. Ông đã từng giúp Vua Hăng-ri III và Vua Hăng-ri IV của Pháp với tư cách cố vấn.

Khi làm việc trong triều, Viet đã tỏ ra là một chuyên gia đầy tài năng trong việc giải mã các mật thư của quân Tây Ban Nha trong cuộc chiến tranh chống nước Pháp. Cần nhấn mạnh rằng chính nhờ các mật thư với cấu trúc các chữ số phức tạp mà quân đội Tây Ban Nha đã liên hệ được với những kẻ chống lại vua Pháp, thậm chí ngay trên đất Pháp. Những mật thư này hầu như không thể đoán được.

Sau nhiều ngày đêm vất vả tìm “chìa khóa” để giải các mật thư trên nhưng không kết quả, Vua Hăng-ri IV đã phải nhờ cậy tới tài năng của Viet.

Ông đã làm việc ngày đêm trong suốt hai tuần lễ để hoàn thành nhiệm vụ nhà vua giao cho. Viet đã đoán được bí mật của các chữ số Tây Ban Nha phức tạp đó. Sau đó Vua Hăng-ri IV đã coi ông là cố vấn tin cậy.

Nhờ việc giải mã các mật thư mà quân Pháp đã liên tiếp chiến thắng. Quân Tây Ban Nha vô cùng ngạc nhiên không hiểu vì sao quân Pháp lại có thể đảo ngược thế cờ trong các trận đánh như vậy. Cuối cùng nhờ những nguồn tin bí mật; quân Tây Ban Nha biết được rằng những chữ số trong mật thư không còn bí mật đối với quân Pháp và người có công

trong việc giải mã là Viet. Quân đội Tây Ban Nha đã tuyên bố Viet là kẻ thù không đội trời chung và tuyên án vắng mặt nhà bác học tội bị thiêu trên dàn lửa. Tuy nhiên chúng không thực hiện được điều đó.

Viet chẳng những quan tâm đến đại số mà còn say sưa nghiên cứu cả hình học và lượng giác. Toàn bộ công trình nghiên cứu về toán của ông đã được xuất bản năm 1579.

Giống như nhiều nhà bác học nổi tiếng, Viet là người rất có năng lực làm việc. Trong phần lớn cuộc đời của ông, Viet đã hoạt động về pháp luật. Về toán; ông say mê nghiên cứu các tác giả thời cổ và có thể ngồi tại bàn làm việc suốt 3 ngày đêm.

ZÊNÔNG

(ZÉNON)

Chúng ta biết đến Zênông qua nghịch lý nổi tiếng thường gọi là “*ngịch lý Zênông*”: *thần Asin không đuổi kịp con rùa*.

Thần Asin, trong thần thoại cổ Hy Lạp, biểu hiện lòng dũng cảm và sự nhanh nhẹn. Nhưng nhà triết học cổ Hy Lạp Zênông (495 – 435 trước Công nguyên) đã đưa ra lý luận chứng tỏ Asin không đuổi kịp con rùa. Asin chạy theo con rùa đang đi phía trước mà không thể nào đuổi kịp rùa vì trước tiên Asin phải đến được vị trí mà rùa bắt đầu đi. Khi Asin đến nơi thì rùa đã đi rồi và như thế rùa luôn ở phía trước Asin. Cứ lặp đi lặp lại lý luận này thì Asin cần vô số thời gian, tức là không đuổi kịp con rùa.

Sau này nhà toán học Acsimet (thế kỷ 3 trước Công nguyên) đã phản bác lý luận này của Zênông, vì sai lầm của Zênông là cho rằng tổng của vô số số dương bằng $+\infty$, điều không thể xảy ra đối với tổng các số hạng của một cấp số nhân lùi vô hạn. (tổng này bằng $\frac{u_1}{1-q}$ với u_1 là số hạng đầu tiên của cấp số nhân lùi với $|q| < 1$).

Ngoài nghịch lý về Asin không đuổi kịp con rùa, Zênông còn đưa ra một nghịch lý nữa mà các nhà triết học đương thời không thể nào bác bỏ được.

Nghịch lý thứ hai của Zênông: chuyển động không thể bắt đầu bao giờ. Mọi chuyển động đều không thực hiện được vì cái gì chuyển động cũng phải đến trung điểm của đoạn đường đi, trước khi đến đầu kia; nhưng trước khi đến trung điểm thì phải đến một phần tư đoạn đường và cứ như thế cho tới vô hạn, vậy chuyển động không thể bắt đầu bao giờ.

MỤC LỤC

ABEL (NIELS HENRIK ABEL)	7
ACSIMET (ARCHIMÈDE)	10
APÔLÔNIUT (APOLLONIUS)	26
BECNULI (BERNOULLI)	29
BƠĐU (ETIENNE BEZOUT)	35
BUN (GEORGES BOOLE)	36
BUNHIACÔPXKI (VICTOR IAKOVLEVITCH BOUNIAKOVSKI)	38
CANTO (GEORGE FERDINAND LOUIS PHILIPPE CANTOR)	41
CÔSI (AUGUSTE LOUIS CAUCHY)	44
ĐÉCAC (RENÉ DESCARTES)	49
ĐÊĐỜKIN (JULIUS WILHELM RICHARD DEDEKIND)	53
ĐIÔPHĂNG(DIOPHANTE)	56
ĐIRICLÊ (PETER DIRICHLET)	66
FECMA (PIÈRRE FERMAT)	68
FIBÔNAXI (LEONARDO FIBONACCI)	74
FURIÊ (JEAN BAPTISTE JOSEPH FOURIER)	83
GALOA (EVARISTE GALOIS)	85

GAUXƠ (CARL FRIEDRICH GAUSS)	95
HAMINTƠN (WILLIAM ROWAN HAMILTON)	103
HÊRÔNG (HÉRON)	105
HIPÔCRAT (HIPPOCRATE)	109
KUMME (ERNEST EDOUARD KUMMER)	112
LAGRĂNG (JOSEPH LOUIS LAGRANGE)	114
LEBNIT (WILGHEN LEIBNITZ)	121
LÔBASEPXKI (NICOLAI IVANOVITCH LOBATCHEVSKY)	125
MÊNÊLAUT (MENELAÛS)	137
MÔNGƠ (GASPARD MONGE)	138
NIUTON (ISAAC NEWTON)	141
ƠCLIT (EUCLIDE)	150
ƠLE (LÉONARD EULER)	155
ƠRATÔXTEN (ERATOSTHÈNE)	162
PATXCAN (BLAISE PASCAL)	167
PITAGO (PYTHAGORE)	175
POATXÔNG (SIMON DENIS POISSON)	188
POĂNGCARÊ (HENRI POINCARÉ)	190
PÔNGXOLÊ (JEAN VICTOR PONCELET)	194
RIÊMAN (GEORGES FRIEDRIC BERNARD RIEMANN)	196
SALƠ (MICHEL CHASLES)	199
TALET (THALÈS)	200
VÂYƠSTRAXƠ (KARL WILHELM THEODOR WEIERSTRASS)	203
VIET (FRANÇOIS VIÈTE)	207
ZÊNÔNG (ZÉNON)	210

DANH NHÂN TOÁN HỌC THẾ GIỚI

LÊ HẢI CHÂU

Chịu trách nhiệm xuất bản : **LÊ HOÀNG**
Biên tập : **YẾN CA**
Bìa : **THIÊN ÂN**
Sửa bản in : **KIẾN QUỐC**

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

161B Lý Chính Thắng - Quận 3 - Thành phố Hồ Chí Minh

ĐT: 9316289 - 9317849 - 9316211 - 8465595 - 8465596

In 1.000 cuốn, khổ 14x20cm, tại Xí nghiệp in Nguyễn Minh Hoàng, số 100 Lê Đại Hành, P.7, Q.11, TP. HCM. ĐT : 8555812. Số đăng ký kế hoạch xuất bản 1133/137. Do Cục xuất bản cấp ngày 27-9-2000 và giấy trích ngang KHXB số 329/2001. In xong và nộp lưu chiểu tháng 1 năm 2002.