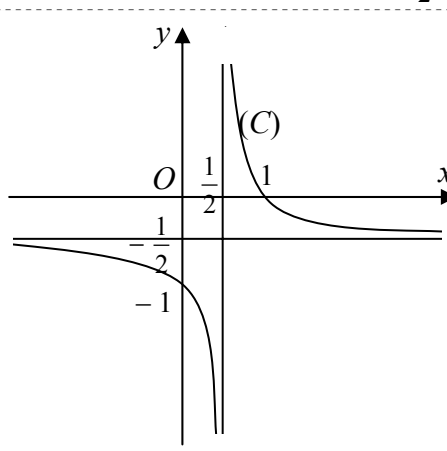
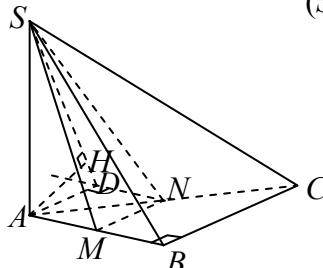
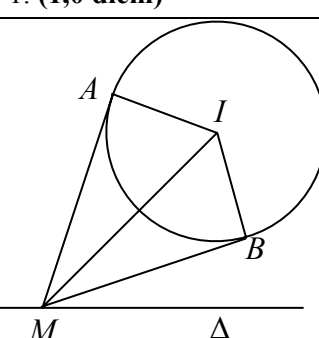
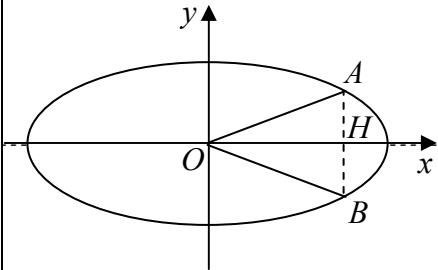


ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm												
I (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)													
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$. - Sự biến thiên: Chiều biến thiên: $y' = \frac{-1}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.	0,25												
	Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\frac{1}{2}$; tiệm cận ngang: $y = -\frac{1}{2}$. $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{2}$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="3">-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'	-			y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0,25
	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	y'	-												
y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$											
Đồ thị: 	0,25													
2. (1,0 điểm)														
Hoành độ giao điểm của $d: y = x + m$ và (C) là nghiệm phương trình: $x + m = \frac{-x+1}{2x-1}$ $\Leftrightarrow (x+m)(2x-1) = -x+1$ (do $x = \frac{1}{2}$ không là nghiệm) $\Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0 (*)$.	0,25													
$\Delta' = m^2 + 2m + 2 > 0, \forall m$. Suy ra d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt với mọi m .	0,25													
Gọi x_1 và x_2 là nghiệm của $(*)$, ta có: $k_1 + k_2 = -\frac{1}{(2x_1-1)^2} - \frac{1}{(2x_2-1)^2} = -\frac{4(x_1+x_2)^2 - 8x_1x_2 - 4(x_1+x_2) + 2}{(4x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 1)^2}$.	0,25													
Theo định lý Viet, suy ra: $k_1 + k_2 = -4m^2 - 8m - 6 = -4(m+1)^2 - 2 \leq -2$. Suy ra: $k_1 + k_2$ lớn nhất bằng -2 , khi và chỉ khi $m = -1$.	0,25													

Câu	Đáp án	Điểm
II (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Điều kiện: $\sin x \neq 0$ (*). Phương trình đã cho tương đương với: $(1 + \sin 2x + \cos 2x)\sin^2 x = 2\sqrt{2} \sin^2 x \cos x$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x + \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos x$ (do $\sin x \neq 0$) $\Leftrightarrow \cos x (\cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$.	0,25
	• $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, thỏa mãn (*).	0,25
	• $\cos x + \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, thỏa mãn (*).	0,25
	Vậy, phương trình có nghiệm: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).	
	2. (1,0 điểm)	
	$\begin{cases} 5x^2y - 4xy^2 + 3y^3 - 2(x + y) = 0 & (1) \\ xy(x^2 + y^2) + 2 = (x + y)^2 & (2). \end{cases}$ Ta có: $(2) \Leftrightarrow (xy - 1)(x^2 + y^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow xy = 1$ hoặc $x^2 + y^2 = 2$.	0,25
	• $xy = 1$; từ (1) suy ra: $y^4 - 2y^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \pm 1$. Suy ra: $(x; y) = (1; 1)$ hoặc $(x; y) = (-1; -1)$.	0,25
	• $x^2 + y^2 = 2$; từ (1) suy ra: $3y(x^2 + y^2) - 4xy^2 + 2x^2y - 2(x + y) = 0$ $\Leftrightarrow 6y - 4xy^2 + 2x^2y - 2(x + y) = 0$ $\Leftrightarrow (1 - xy)(2y - x) = 0 \Leftrightarrow xy = 1$ (đã xét) hoặc $x = 2y$.	0,25
Với $x = 2y$, từ $x^2 + y^2 = 2$ suy ra: $(x; y) = \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right) \text{ hoặc } (x; y) = \left(-\frac{2\sqrt{10}}{5}; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right).$ Vậy, hệ có nghiệm: $(1; 1), (-1; -1), \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right), \left(-\frac{2\sqrt{10}}{5}; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right).$	0,25	
III (1,0 điểm)	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(x \sin x + \cos x) + x \cos x}{x \sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \cos x}{x \sin x + \cos x} dx.$	0,25
	Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} dx = x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$	0,25
	và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \cos x}{x \sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(x \sin x + \cos x)}{x \sin x + \cos x} = \left(\ln x \sin x + \cos x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{4}}$	0,25
	$= \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right)$. Suy ra: $I = \frac{\pi}{4} + \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right)$.	0,25
IV (1,0 điểm)		0,25
	(SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) $\Rightarrow SA \perp (ABC)$. $AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC \Rightarrow \widehat{SBA}$ là góc giữa (SBC) và (ABC) $\Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \tan \widehat{SBA} = 2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng qua SM và song song với BC, cắt AC tại N $\Rightarrow MN \parallel BC$ và N là trung điểm AC. $MN = \frac{BC}{2} = a, BM = \frac{AB}{2} = a$. Diện tích: $S_{BCNM} = \frac{(BC + MN)BM}{2} = \frac{3a^2}{2}$. Thể tích: $V_{S.BCNM} = \frac{1}{3} S_{BCNM} \cdot SA = a^3 \sqrt{3}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	Kẻ đường thẳng Δ đi qua N, song song với AB. Hạ $AD \perp \Delta$ ($D \in \Delta$) $\Rightarrow AB \parallel (SND)$ $\Rightarrow d(AB, SN) = d(AB, (SND)) = d(A, (SND))$. Hạ $AH \perp SD$ ($H \in SD$) $\Rightarrow AH \perp (SND) \Rightarrow d(A, (SND)) = AH$. Tam giác SAD vuông tại A, có: $AH \perp SD$ và $AD = MN = a$ $\Rightarrow d(AB, SN) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.	0,25
		0,25
V (1,0 điểm)	Trước hết ta chứng minh: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}}$ (*), với a và b dương, $ab \geq 1$. Thật vậy, (*) $\Leftrightarrow (a+b+2)(1+\sqrt{ab}) \geq 2(1+a)(1+b)$ $\Leftrightarrow (a+b)\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \geq a+b+2ab$ $\Leftrightarrow (\sqrt{ab}-1)(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$, luôn đúng với a và b dương, $ab \geq 1$. Dấu bằng xảy ra, khi và chỉ khi: $a=b$ hoặc $ab=1$.	0,25
	Áp dụng (*), với x và y thuộc đoạn $[1; 4]$ và $x \geq y$, ta có: $P = \frac{x}{2x+3y} + \frac{1}{1+\frac{z}{y}} + \frac{1}{1+\frac{x}{z}} \geq \frac{1}{2+\frac{3y}{x}} + \frac{2}{1+\sqrt{\frac{x}{y}}}$.	0,25
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{z}{y} = \frac{x}{z}$ hoặc $\frac{x}{y} = 1$ (1)	
	Đặt $\sqrt{\frac{x}{y}} = t, t \in [1; 2]$. Khi đó: $P \geq \frac{t^2}{2t^2+3} + \frac{2}{1+t}$. Xét hàm $f(t) = \frac{t^2}{2t^2+3} + \frac{2}{1+t}, t \in [1; 2]; f'(t) = \frac{-2[t^3(4t-3)+3t(2t-1)+9]}{(2t^2+3)^2(1+t)^2} < 0$. $\Rightarrow f(t) \geq f(2) = \frac{34}{33}$; dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $t=2 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = 4 \Leftrightarrow x=4, y=1$ (2).	0,25
	$\Rightarrow P \geq \frac{34}{33}$. Từ (1) và (2) suy ra dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $x=4, y=1$ và $z=2$. Vậy, giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{34}{33}$; khi $x=4, y=1, z=2$.	0,25
VI.a (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	 Đường tròn (C) có tâm $I(2; 1)$, bán kính $IA = \sqrt{5}$. Tứ giác $MAIB$ có $\widehat{MAI} = \widehat{MBI} = 90^\circ$ và $MA = MB$ $\Rightarrow S_{MAIB} = IA \cdot MA$	0,25
	$\Rightarrow MA = 2\sqrt{5} \Rightarrow IM = \sqrt{IA^2 + MA^2} = 5$. $M \in \Delta$, có tọa độ dạng $M(t; -t-2)$. $IM = 5 \Leftrightarrow (t-2)^2 + (t+3)^2 = 25 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 12 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow t = 2$ hoặc $t = -3$. Vậy, $M(2; -4)$ hoặc $M(-3; 1)$.	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	Gọi $M(x; y; z)$, ta có: $M \in (P)$ và $MA = MB = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z + 4 = 0 \\ (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9 \\ x^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9 \end{cases}$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z + 4 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \\ (x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 2 \\ z = 3y \\ 7y^2 - 11y + 4 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow (x; y; z) = (0; 1; 3) \text{ hoặc } \left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right). \text{ Vậy có: } M(0; 1; 3) \text{ hoặc } M\left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right).$	0,25
VII.a (1,0 điểm)	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có: $z^2 = z ^2 + \bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi$	0,25
	$\Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = a^2 + b^2 + a - bi \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a^2 + b^2 + a \\ 2ab = -b \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b^2 \\ b(2a + 1) = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow (a; b) = (0; 0) \text{ hoặc } (a; b) = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ hoặc } (a; b) = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$ Vậy, $z = 0$ hoặc $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ hoặc $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.	0,25
VI.b (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Gọi $A(x; y)$. Do A, B thuộc (E) có hoành độ dương và tam giác OAB cân tại O , nên: $B(x; -y), x > 0$. Suy ra: $AB = 2 y = \sqrt{4 - x^2}$.	0,25
		0,25
	Gọi H là trung điểm AB , ta có: $OH \perp AB$ và $OH = x$.	
	Diện tích: $S_{OAB} = \frac{1}{2}x\sqrt{4 - x^2}$	0,25
	$= \frac{1}{2}\sqrt{x^2(4 - x^2)} \leq 1.$	0,25
	Dấu " $=$ " xảy ra, khi và chỉ khi $x = \sqrt{2}$.	
	Vậy: $A\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $B\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $B\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	(S) có tâm $I(2; 2; 2)$, bán kính $R = 2\sqrt{3}$. Nhận xét: O và A cùng thuộc (S) . Tam giác OAB đều, có bán kính đường tròn ngoại tiếp $r = \frac{OA}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.	0,25
	Khoảng cách: $d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$. (P) đi qua O có phương trình dạng: $ax + by + cz = 0, a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 (*)$. (P) đi qua A , suy ra: $4a + 4b = 0 \Rightarrow b = -a$.	0,25
	$d(I, (P)) = \frac{ 2(a + b + c) }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{ 2c }{\sqrt{2a^2 + c^2}} \Rightarrow \frac{ 2c }{\sqrt{2a^2 + c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	0,25
	$\Rightarrow 2a^2 + c^2 = 3c^2 \Rightarrow c = \pm a$. Theo $(*)$, suy ra $(P): x - y + z = 0$ hoặc $x - y - z = 0$.	0,25

<i>Câu</i>	<i>Đáp án</i>	<i>Điểm</i>
VII.b (1,0 điểm)	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có: $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$ $\Leftrightarrow [(2a - 1) + 2bi](1 + i) + [(a + 1) - bi](1 - i) = 2 - 2i$	0,25
	$\Leftrightarrow (2a - 2b - 1) + (2a + 2b - 1)i + (a - b + 1) - (a + b + 1)i = 2 - 2i$	0,25
	$\Leftrightarrow (3a - 3b) + (a + b - 2)i = 2 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 3b = 2 \\ a + b - 2 = -2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow a = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{3}$. Suy ra môđun: $ z = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.	0,25

----- **Hết** -----